مدل ریاضی بررسی

فرآیندهای جریان آب و انتقال املاح

در خاک با استفاده از متد عناصر محدود

مدل ریاضی بررسی فرآیندهای جریان آب وانتقال املاح درخاك بااستفاده از متد عناصر محدود

احمد لطفی صدیق - استادیارگروه‌آبیاری‌وآبادانی دانشکده کشاورزی دانشگاه تبریز

حسین سوری علی آبادی - دانشجوی کارشناس ارشدآبیاری وزهکشی دانشکده کشاورزی دانشگاه تبریز

چکیده :

جهت بررسی چگونگی حرکت آب واملاح درخاك ، مطالعات یك بعدی حرکت قائم جریان غیرماندگارآب واملاح درمحیط متخلخل غیراشباع بااستفاده ازمتد عناصرمحدودحل شده است . دراین بررسی نحوه حرکت آب واملاح درستون خاك حدفاصل سطح خاك تاسطح ایستابی درنظر گرفته شده ودراین راستاازالمانهای خطی استفاده گردیده است . جهت کنترل مدل ، نتایج حاصله بانتایج مدل پیکنزوگیلهام (۱۹۸۰) موردمقایسه قرارگرفته وهمخوانی مطلوب مشاهده شده است .

مقدمه :

پیش بینی ودرك فرآیندهای انتقال املاح درخاك به منظورمدیریت شوری وقلیائیت خاکها ازجهت کنترل آن دردنیاموردتوجه فراوان قرارگرفته وکتب ومقالات متعددی دراین خصوص انتشار یافته است که درآنهامعادلات مربوط به حرکت وانتقال موادبرای تعیین غلظت یك بامجموعه مواد شیمیائی درخاك بصورت تابعی ازمکان وزمان بسط یافته‌است .

درایران باتوجه به شرایط اقلیمی وموقعیت خاص جغرافیائی که دارای‌مشکل کمبودآب ووفور اراضی شوروقلیایی‌باشد ضرورت حفظ کیفیت منابع آب واراضی زراعی بمنظوربهره برداری بهینه ومنطقی ازآنها بااستفاده ازروشهای جدیدوامکانات پیشرفته محاسباتی همراه باتنظیم مدلهای‌فیزیکی وریاضی ازاهمیت زیادی برخورداراست . باچنین دیدگاهی مدل حاضرتنظیم گردیده است . دراین مدل چگونگی حرکت آب واملاح درمحیط متخلخل غیراشباع باتوجه به معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم برجریان درحالت یك بعدی بررسی شده‌است . این معادلات غیرخطی بوده وبااستفاده از روشهای عددی حل میشوندکه دراین مدل ازمتدعناصرمحدودوروش استانداردگالرکین استفاده شده است .

معادلات حاکم :

معادله یک بعدی جریان قائم آب درمحیط غیراشباع که به معادله ریچاردمعروف است بصورت زیرمیباشد.

$$Lw(h) = \frac{\partial}{\partial Z}\left[K(h)\frac{\partial h}{\partial Z} - K(h)\right] - Cw(h)\frac{\partial h}{\partial t} = 0 \qquad (۱)$$

که درآن :

h - ارتفاع پتانسیل آب خاک (منفی برای جریان غیراشباع) [L] ، Z عمق خاک (مثبت بطرف پائین) [L] ، K (h) هدایت هیدرولیکی [LT^{-1}]، Cw (h) ظرفیت ویژه رطوبتی خاک (L^{-1}) و t زمان است [t] .

دبی واحدبعنوان تابعی ازرطوبت خاک یابارماتریک بااستفاده ازقانون دارسی بفرم زیربیان میشود:

$$q = V\theta = -K(h)\left[\frac{\partial h}{\partial Z} - 1\right] \qquad (۲)$$

که درآن :

- θ رطوبت حجمی خاک [$L^3.L^{-3}$] ، V سرعت متوسط آب بین دانه‌ای است [LT^{-1}]. معادله یک بعدی‌حاکم برانتقال املاح بااستفاده ازقانون فیک [1] تحت تاثیردوپدیده جابجایی وپخشیدگی بصورت زیربیان می‌شود.

$$L_s(C) = \frac{\partial}{\partial Z}\left[\theta D(\theta,V)\frac{\partial C}{\partial Z}\right] - \frac{\partial}{\partial Z}(qc) - \frac{\partial}{\partial t}(\theta c) = 0 \qquad (۳)$$

که درآن :

C- غلظت املاح [ML^{-3}] ، D (V و θ) ضریب پراکندگی هیدرودینامیکی [L^2T^{-1}] و q دبی واحدحجمی [LT^{-1}] است.

ضریب پراکندگی هیدرودینامیکی بصورت زیرتوسط برسلر [2] (۱۹۷۳) ونیلسون [3] (۱۹۸۶) ارائه شده است.

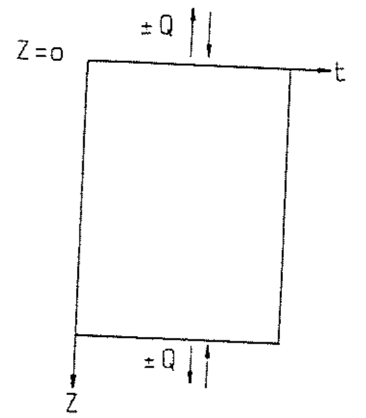
1-Ficik,s Law 2- Bresler 3- Nielson

است ثابت وبه توزیع اندازه منافذ خاك بستگی داردوبیانگرمیزان کاهش درهدایت هیدرولیکـــــی یارطوبت حجمی خاك بواسطه منفی ترشدن مقداربارماتریك است. $[L^{-1}]$,

رطوبت حجمی باقیمانده به میزان رطوبتـــــی اطلاق میشـــودکـــه درآن وقتی h بسمت منهـــای بینهایت میل کند، $K(h)$ بسمت صفرمیل نماید.

شرایط اولیـــه ومـــرزی :

برای حل معادلات جریان آب‌واملاح ،المان خاك بصورت زیردرنظرگرفته شده است (شکل ۱).



شکل(۱) یکنمت شرایط مرزی روی یک المان ازخاک

همانطورکه ملاحظـــه میشود $Z=o$ درسطح خاك بعنوان مرزفوقانی و $Z=L$ درعمق خـاك بعنوان مرزتحتانی تعیین گردیده است و Z بطرف پائین مثبت درنظرگرفته شده است.

شـــرایط اولیـــه :

$h(Z,t)=hi$ یـا $\theta(Z,t)=\theta i$ (۷)

$C(Z,t)=Ci$ (۸)

$o \leqslant Z \leqslant L \qquad t=o$

شرایط درمرز فوقانـــی :

درسطح خاك سه فرآیند مهم اتفاق می افتد. نفوذ، تبخیروتعرق وتوزیع مجدد. درفرآیندنفـــوذ شدت جریانی مانند آب آبیاری واردپروفیل خاك میگرددوفرض برآن است که قابلیت نفوذخاك برابـر شدت جریان آب ورودی است. تازمانی که سطح خاك اشباع است شرط دیریکله [1] برقرارا‌ســـت. یعنی مرزازنوع پتانسیل معلوم ($h=o$) است.

$q(o,t) \leqslant R(t)$ (۹)

1- Dirichlet

$$q(o,t) > o \;,\; R(t) > o \;,\; h(o,t) < o \qquad o < t \leqslant t_o$$

یا (۱۰)

$$h(Z,t)=o \qquad , Z=o$$

درفرآیند توزیع مجدد که شرایط بدون آبیاری وبدون تبخیراست ، جریان ورودی وخروجی از سطح خاک صفراست وبرزازنرخ جریان معلوم " شرط نومان [1] " حاکم است ($q=o$).

(۱۱)

$$q(o,t)=o$$

$$\frac{\partial h}{\partial Z}=1 \qquad , \quad Z=o \quad , \quad t > t_o$$

درفرآیندتبخیروتعرق سطح خاک آب خودراازدست میدهد. شدت پتانسیل تبخیروتعرق ازخاک به شرایط آتمسفروکباه بستگی داشته وشدت جریان واقعی خروجی ازسطح خاک به قابلیت ماتریکی خاک درانتقال آب ازاعماق پائین تروموقعیت سطح ایستابی درپروفیل خاک محدودمیگردد .درفرآیندهای فوق شرایط رطوبتی خاک نقش مهمی ایفا میکند لذاشرایط مرزی دراین فرآیند هاپیچیده است و پیش بینی اینکه چه پدیده‌ای درسطح خاک حاصل میشودغیرممکن بوده ومی بایستی به روش سعی و خطامتوسل شد لذا شرایط مرزی درسطح خاک ($Z=o$) ناپایداربوده وازقبل نمی تواند پیش بینی شودوبعبارت دیگرشرایط مرزی واقعی درسطح خاک باتوجه به شرایط پیشین درهرمرحله تعیین میگردد .

(۱۲)

$$q(o,t) \leqslant R(t)$$

$$R(t) < o \quad , \quad h(o,t) \geqslant hm \quad , \quad t > t_o$$

ملاحظه‌میشود شرایط مرزی فوقانی شرایطی است ناپایداروبدلیلهایی که بااین شرایط مرزی

1- Neuman

حل میشوند مدلهای دینامیك ناپایدارنامیده میشوند . دراین مدلها، سطح خاك درطول اولیـــــن تکراربعنوان مرزبادبـی واحد معلوم (شرط نومان) درنظرگرفته میشودوسپس پتانسیل ماتریـك (h) محاسبه میگردد اگر h محاسبه شده دررابطه $hm \leqslant h \leqslant 0$ صدق کرد شــــرط نومـان بعنوان شرط حاکم درمرزفوقانی درطول همه تکرارهاثابت باقی میماند وگرنه سطـح خـاك بعنوان مرزباپتانسیل معلوم (شرط دیریکلـه) درتکرارهای بعدی درمحاسبات واردمیشود، کــه درحالت نفوذ $h=0$ ودرحالت تبخیر $h = hm$ خواهد بود. (فدس وهمکاران [1] ۱۹۸۸).

شرایط مرزی درمرزفوقانـی برای جریان املاح درسه فرآینـدنفوذ، توزیع مجدد وتبخیربشــرح زیراست درفرآیندنفوذ (آبیاری بارانی یاغرقابی) املاح موجوددرآب همراه دبی واحد آب نفـوذی درطول زمان آبیاری واردپروفیل خاك میشوند.

$$q_s = q(0,t) * C_0(t) \quad , \quad q(0,t) > 0 \qquad (۱۳)$$

یـا

$$C(0,t) = \dot{C}_0 \qquad 0 < t \leqslant t_0 \qquad (۱۴)$$

درفرآیند توزیع مجدد هیچگونه املاحی به سطح خاك واردویاازآن خارج نمی شودلذا شرایــط مرزی چنین است .

$$q_s = 0 \quad , \quad q(0,t) = 0 \quad , \quad \frac{\partial C}{\partial Z} = 0 \qquad t > t_0 \qquad (۱۵)$$

درفرآیندتبخیراملاح بدلیل غیرفراربودن درسطح خاك جمع میشوندلذادبی واحدکلی امــلاح مساوی صفرباقی می ماند.

$$q_s = 0 \quad , \quad q(0,t) < 0 \quad , \qquad (۱۶)$$

$$t > t_0$$

درروابط فوق : t_0 ، زمان آبیاری [T] ، $h(0,t)$ پتانسیل ماتریك درسطح خاك

1- Fedds etal.

$R(t)$ مقداردبی واحدسطح اعمال شده به سطح خاک بعنوان تابعی اززمان که درحالت نفوذ مقدارآن مثبت ($R(t) > o$) و برابر مقدارآب آبیاری یابارندگی است ، درحالت تبخیرمقدار آن منفی ($R(t) < o$) وبرابرپتانسیل تبخیری‌آتمسفراست ودرحالت توزیع مجددمقدارآن‌صفر است ($R(t)=o$) $[LT^{-1}]$ ، hm حداقل مکش مجازدرسطح خاک* $[L]$ ،

- q_s شدت جریان کلی املاح $[ML^{-2}_{soil} . T^{-1}]$ و C_o غلظت معلوم درآب آبیاری $[ML^{-3}]$ است .

شرایط‌مرزی درمرز تحتانی :

درمرزتحتانی سیستم نیزدوشرط دیریکله یانومان می تواندوجودداشته باشد . درحالتی که سطح ایستابی بالابوده ومرزسیستم راتشکیل دهد ونوسانات آن اندازه‌گیری ویابنحوی محاسبه گردد بطوریکه رقوم سطح ایستابی درهرزمان معلوم باشد شرط دیریکله درمرزتحتانی برقرارخواهدبود در این حالت پتانسیل ماتریک درمرزتحتانی برابرفشارآتمسفر ($h=o$) می باشد . ولذابامعلوم

---

* - حداقل مکش مجازدرسطح خاک (hm) می تواندبعنوان یک ثابت اختیاری یابابدون تغییردرپریود زمان درنظرگرفته‌شودویااینکه بعنوان تابعی اززمان برطبق شرایط تعادل بین پتانسیل ماتریک خاک وآتمسفرمطابق رابطه زیرمحاسبه شود (تایلور [1] ۱۹۷۲ ، فدس وهمکاران ۱۹۷۴ و ۱۹۷۵):

$$hm(t) = \frac{RT}{Mg} \left[L_n(\overline{RH}(t)) \right]$$

که درآن : R - ثابت گازجهانی $[J.mol^{-1}.K^{-1}]$ ، T دمای مطلق $[K]$ ، M جرم ملکولی آب $[Kg.mol^{-1}]$ ، g شتاب ثقل $[m.s^{-2}]$ و RH رطوبت نسبی هوا $[\%]$ است .

1- Taylor

بودن پتانسیل ماتریک دراین مرز، دبی واحد عبوری ازآن می تواندمحاسبه شود. ازمزایای این شرط صفرشدن پتانسیل ماتریک درمرزتحتانی وازموارداشکال آن حساسیت زیادتغییرات سطح آزادآب به تغییرات هدایت هیدرولیکی خاک است. درنواحی که سطح ایستابی خیلی عمیق باشد بطوریکه نوسانات آن برروی مشخصه های هیدرولیکی خاک تاثیرنگذاردشرط نوسان درمرزتحتانی برقراراست یعنی مرزازنوع جریان معلوم درنظرگرفته میشود. مرزازنوع جریان معلوم مرزی است که یاحالت زهکش آزاد $\partial H / \partial Z = 1$ داردویابرروی یک لایه غیرقابل نفوذ $Q = 0$ (مرزبدون جریان) مستقراست.

بادرنظرگرفتن سطح ایستابی درمرزتحتانی وثابت درنظرگرفتن رقوم صفره شرایط مرزی برای جریان آب واملاح چنین است.

$$h(L,t)=0 \tag{۱۷}$$

$$C(L,t)=C_L \tag{۱۸}$$

$Z=L \quad , \quad t>0$

که درآن C_L غلظت املاح درمرزتحتانی است (ML^{-3}).

حل عددی معادلات جریان آب واملاح :

حل عددی معادلات جریان آب واملاح درخاک همگن باصرف نظرازپدیده پسماند[1]، فرض یکنواخت بودن تغییرات رطوبت خاک وهمچنین صرفنظرازته نشینی، تجزیه، جذب سطحی ودفع یونی املاح درخاک صورت گرفته است. برای حل معادلات بروش عناصرمحدودالمان بندی خاک بصورت شکل ۲ می‌باشد

1-Hysteresis

حل عددی معادلات جریان آب :

بااستفاده ازروش عناصرمحدود معادله شماره (۱) باجایگزین کردن $h(Z,t)$ بوسیله مقادیرتقریبی اش که بفرم سریهای محدود تقریب سازی میگردد حل میشود.

$$h(Z,t) \simeq \hat{h}(Z,t) = \sum_{j=1}^{n} h_j(t)\, U_j(Z) \qquad (۱۹)$$

که درآن : j شماره گره ، n تعدادکل گره‌هادرحوزه، $U_j(Z)$ تابع شکل و $h_j(t)$ مقادیرمجهول پتانسیل روی گره j درزمان t است.

باقراردادن معادله شماره (۱۹) درمعادله شماره (۱) باقیمانده R ظاهرمیشودکه بااستفاده از روش کالرکین وشرط تعامد مقدارباقیمانده صفرمیشود.

$$\int_0^L L_w(h) N_i(Z)\, dZ = 0 \qquad i = 1, 2, 3, \ldots\ldots, n \qquad (۲۰)$$

که درآن : N_i تابع وزنی درگره i است، درمتدکالرکین تابع شکل تابع وزنی نیزنامیده میشود (وانگ وآندرسن[1] ۱۹۸۲) . باقراردادن معادله شماره (۱) درمعادله شماره (۲۰) وبااستفاده ازتئوری گرین[2] وانتگرال گیری جزء به جزء روی مشتقات مرتبه دوم معادله (۲۰) ، معادله ماتریسی زیرکه دارای n معادله دیفرانسیل معمولی است ظاهرمیشود.

$$[A_{ij}]\{h_i\} + [B_{ij}]\left\{\frac{\partial h_j}{\partial t}\right\} = \{F_i\} \qquad (۲۱)$$

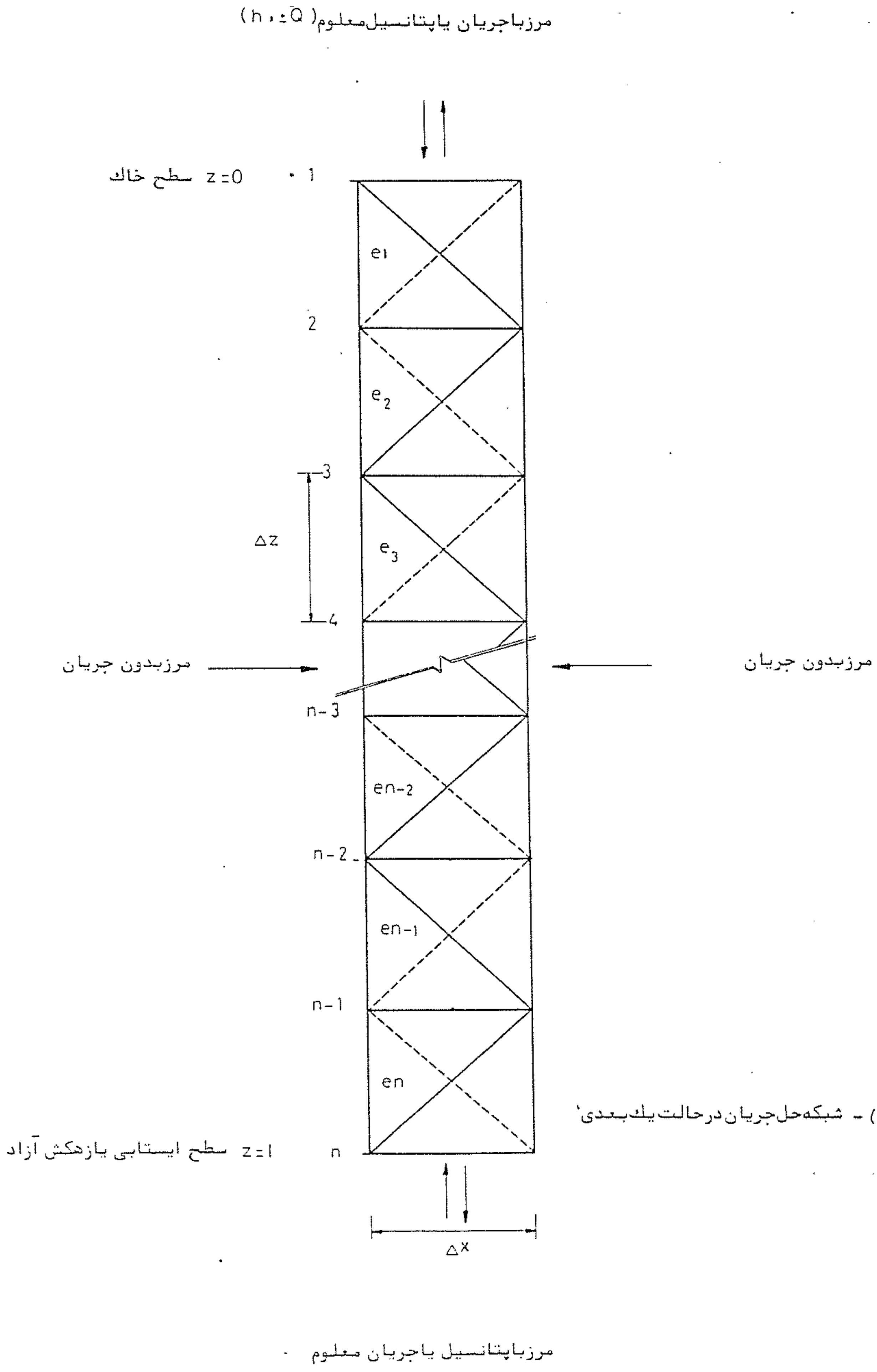
که درآن :

$$[A_{ij}] = \sum_e \int_e K_h \frac{\partial N_i}{\partial Z} \cdot \frac{\partial U_j}{\partial Z}\, dZ \qquad (۲۲a)$$

$$[B_{ij}] = \sum_e \int_e C_w N_i U_j\, dz \qquad (۲۲b)$$

1- Wang & Anderson

2-Green



شکل(۲) ـ شبکه‌حل‌جریان درحالت‌یک‌بعدی

$$\{Fi\}=-\sum_e \int_\Gamma q\, Ni\, dz + \sum_e \int_e K_h \frac{\partial Ni}{\partial Z} dz \qquad (۲۲c)$$

یـــا :

$$\{Fi\}= q_0-q_L + \sum_e \int_e K_h \frac{\partial Ni}{\partial Z} dz \qquad (۲۲ d)$$

که مقدار q بصورت زیرتعریف میشود.

$$q = -\left(K_h \frac{\partial h}{\partial Z} - K_n \right) \qquad (۲۳)$$

برای حل انتگرالهای فوق ضرورت دارد درابتداضرائب غیرخطی K_h ، C_w محاسبه شونـــد.

این ضرائب همانند پتانسیل ماتریك درعبارات تابع شکل بصورت زیرتقریب سازی میشونـــــــــد

(وان کنوچتن[۱] ۱۹۸۰)

$$K_h(Z,t)=\hat{K}_h(Z,t)=\sum_{j=1}^{n} Kj(t)\ Uj(Z) \qquad (۲۴)$$

و

$$C_w(Z,t)=\hat{C}_w(Z,t)=\sum_{j=1}^{n} C_wj(t)Uj(Z) \qquad (۲۵)$$

انتگـــرال گیـــری روی زمـــان

معادله (۲۱) یك معادله دیفرانســل مرتبه اول است که برای مشتقات زمان آن می تـــــوان ازتقریبات تفاضلات محدود زمان مرکزی کرانك نیکولســـون استفاده کرد(وان کنوچتن ۱۹۸۰).

$$\left\{\frac{\partial h}{\partial t}\right\}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t^k} \left(\{h\}^{k+1} - \{h\}^{k}\right) \qquad (۲۶)$$

که درآن k بیانگرتراززمان ، $K+\frac{1}{2}$ نشاندهنده نصف تراززمان و t^k کام زمانی اســت

برای حل معادله (۲۶) می بایستی مقادیرمتغیروابسته h درزمان $t^{k+\frac{1}{2}}$ تعیین گردد.

$$\{h\}^{k+\frac{1}{2}} = W\{h\}^{k+1} + (1-W)\{h\}^k \qquad (۲۷)$$

که درآن : W فاکتوروزنی انتگرال زمان است که برای آلگورتیم تفاضلات زمان مرکزی کرانك نیکولـــون

1- Vangenuchten

برابر $1/2$ درنظر گرفته میشود.

باقراردادن معادلات (۲۶) و (۲۷) درمعادله (۲۱) معادله جبری، زیرکه درآن مقادیرمجهول درنصف تراززمان ارزیابی میشوندحاصل میشود.

$$[P_{ij}]^{k+\frac{1}{2}}\{h_i\}^{k+1}=[Q_{ij}]^{k+\frac{1}{2}}\{h_i\}^{k}+\{F\}^{k+\frac{1}{2}} \qquad (۲۸\ a)$$

که درآن :

$$[P_{ij}]= W[A_{ij}]+\frac{1}{\Delta t_k}[B_{ij}] \qquad (۲۸\ b)$$

$$[Q_{ij}]=(W-1)[A_{ij}]+\frac{1}{\Delta t_k}[B_{ij}] \qquad (۲۸\ c)$$

برای حل معادله (۲۸) ضروری است ضرائب K_h و C_w که تابعی ازپتانسیل ماتریک هستند درنصف تراززمان تخمین زده شوندولذا لازم است تخمینی ازتوزیع پتانسیل ماتریك درنصف تراززمان ($K+\frac{1}{2}$) داشت. درشروع هرگام زمانی، این توزیع بوسیله برونیا بیخطی از توزیع قبل فراهم میگردد (وان گنوچتن ۱۹۸۰).

$$\hat{h}^{k+\frac{1}{2}}=\hat{h}^{k}+\frac{\Delta t^{k}}{2\,\Delta t^{k-1}}(\hat{h}^{k}-\hat{h}^{k-1}) \qquad (۲۹)$$

کەدرآن t^{k} و t^{k-1} بترتیب گامهای زمان قدیم‌وجدیدهستند.

پس سیستم بوسیله آلگوریتم حذف گوس برای مقادیر h^{k+1} درکلیه گره ها حل میگردد. بواسطه طبیعت غیرخطی معادله (۲۸)، اولین تخمین می بایستی بوسیله فرآیند سعی وخطااصلاح شود. درهرتکرارآخرین توزیع مقادیر h^{k+1} باحل معادله (۲۸) واستفادەازمعادله (۱۹) فراهم میگردد. این مقادیرسپس بااستفاده ازرابطه زیرجهت فراهم نمودن یك تخمین اصلاح شده از $h^{k+\frac{1}{2}}$ بکارمی‌روند.

$$h^{k+\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}(h^{k}+h^{k+1}) \qquad (۳۰)$$

بعدازارزیابی مجدد ضرائب ، معادلات دوباره بوسیله حذف گوس برای مقادیراصلاح شده h^{k+1} حل میگردند. عمل سعی وخطاتاآنجاادامه می یابدکه درجه بالایی ازهمگرایی حاصل شود.

حل عددی معادلات جریان املاح درخاک :

مانندشرحی که برای معادلات جریان آب گفته شدمتغیروابسته C درمعادله انتقال املاح شماره (۳) بصورت معادله زیرتقریب سازی میشود.

$$C(Z,t) = C(Z,t) = \sum_{j=1}^{n} C_j(t) U_j(Z) \qquad (۳۱)$$

که درآن $C_j(t)$ مقادیرگرهی غلظت املاح درزمان t میباشد.

همانطورکه درمعادلات جریان آب توضیح داده شد باقراردادن معادله (۳۱) درمعادله (۳) وبه حداقل رساندن مقادیرباقیمانده بااستفاده ازروش استانداردگالرکین وبکاربردن تئوری گرین وانتگرال جزء به جزء معادله ماتریس زیرظاهرمیشود.

$$[E_{ij}+R_{ij}]\{C_j\}+[G_{ij}]\left\{\frac{\partial C_j}{\partial t}\right\}=\{H_i\} \qquad (۳۲)$$

که درآن :

$$[E_{ij}] = \sum_e \int_e \theta D \frac{\partial N_i}{\partial Z} \frac{\partial U_j}{\partial Z} dz \qquad (۳۳_a)$$

$$[R_{ij}] = \sum_e \int_e q N_i \frac{\partial U_j}{\partial Z} dz \qquad (۳۳\ b)$$

$$[G_{ij}] = \sum_e \int_e \theta N_i U_j dz \qquad (۳۳c)$$

$$\{H_i\} = \int_\Gamma \left(\theta D \frac{\partial C}{\partial Z}\right) \qquad (۳۳\ d)$$

پارامترهای غیرخطی θD ، q و θ درانتگرالهای [E] ، [R] و [G] مانندغلظت املاح بفرم زیرتقریب سازی میشوند.

$$\theta D(Z,t) \simeq \theta D(Z,t) = \sum_{j=1}^{n} (\theta D)_j(t) . U_j(Z) \qquad (۳۴)$$

$$q(Z,t) \simeq \hat{q}(Z,t)=\sum_{j=1}^{n} q_j(t).U_j(Z) \qquad (۳۵)$$

$$\theta(Z,t)\simeq \hat{\theta}(Z,t)=\sum_{j=1}^{n} \theta_j(t)\,U_j(Z) \qquad (۳۶)$$

انتگـــرال گیـــری روی زمـــان :

متغیـروابسته C ومشتق آن نسبت به زمان مشابه پتانسیل ماتریك می بایستی بـــــرای نصف گام زمانی بروش تفاضلات محدود زمان مرکزی (روش کرانك نیکولســون) تقریب ســـــازی شود .

$$\left\{\frac{\partial C}{\partial t}\right\}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\Delta t_k}\left(\{C\}^{k+1} - \{C\}^{k}\right) \qquad (۳۷)$$

$$\{C\}^{k+\frac{1}{2}} = W\{C\}^{k+1} + (1-W)\{C\}^{k} \qquad (۳۸)$$

کــه درآن $W=\frac{1}{2}$ میباشد .

باقراردادن معادلات (۳۷) و (۳۸) درمعادله (۳۲) معادله جبری بشرح زیرحاصـــل میشود .

$$[P_{ij}]^{k+\frac{1}{2}}\{C_i\}^{k+1} = [S_{ij}]^{k-\frac{1}{2}}\{C_i\}^{k} + \{H_i\}^{k+\frac{1}{2}} \qquad (۳۹\ a)$$

که درآن "

$$[P_{ij}] = W[E_{ij} + R_{ij}] + \frac{1}{\Delta t_k}[G_{ij}] \qquad (۳۹\ b)$$

$$[S_{ij}] = (W-1)[E_{ij} + R_{ij}] + \frac{1}{\Delta t_k}[G_{ij}] \qquad (۳۹\ c)$$

برای حل معادله (۳۹) ضروری است مقادیر θD ، q و θ درنصف گام زمان تخمین زده شـود لذا ابتدا پتانسیل ماتریك باحل معادلات جریان درنصف‌گام زمان محاسبه وسپس بااستفاده ازآن مقادیر θ ، q و D درنصف گام زمان بدست می آیندبامعلوم شدن این مقادیرسیستـــم برای تعیین مقدار $C(Z,t)$ حل میگردد . برای هرگام زمانی جدید، توزیع غلظت درنصف گـــام زمان بوسیله برونیابی خطی ازتوزیع قبلی فراهم میگردد .

$$C^{k+\frac{1}{2}} = C^{k} + \frac{\Delta t^{k}}{2\,\Delta t_{k-1}}\left(C^{k} - C^{k-1}\right) \qquad (۴۰)$$

سیستم سپس بوسیلۀ آلگوریتم حذف گوس بـرای محاسبۀ مقدار C^{k+1} درکلیه گره هاحاصل میشود. بدلیل وجودپارامترهای غیرخطی ، مقدار C^{k+1} پس ازمحاسبه، برای اصلاح مقادیر $C^{k+\frac{1}{2}}$ بکارمی رود. لذادرهرگام زمانی مقدار $C^{k+\frac{1}{2}}$ بااستفاده ازرابطه زیراصلاح ودر تکرارهای بعدی مورداستفاده قرارمیگیرد.

$$C^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left(C^{k+1} + C^{k} \right) \qquad (۴۱)$$

عمل تکرارتاآنجاادامه می یابدکه بین مقادیر $C^{k+\frac{1}{2}}$ حاصل ازمعادلات (۴۰) و (۴۱) درجه بالایی ازهمگرایی ایجادشود.

برنامه کامپیوتری جریان آب واملاح درخاک :

باتوجه به مدل بندی انجام شده برروی معادلات یک بعدی وناپایدارحرکت آب واملاح درخاک بروش عناصرمحدود برنامه کامپیوتری بزبان فرترن تنظیم شده است. دراین برنامه پتانسیل ماتریک درگره های هرالمان محاسبه وسپس باتوجه به آن مقادیرغلظت املاح درهرگره محاسبه میشود. اطلاعات موردنیازبرنامه شامل توزیع اولیه پتانسیل ماتریک ، پتانسیل ماتریک درنقطه ورود هوابه خاک ، عمق پروفیل خاک ، هدایت هیدرولیکی اشباع ، رطوبت های اشباع وباقیمانده،تبخیروتعرق پتانسیل ، توزیع اولیه غلظت ، پتانسیل ماتریک وغلظت املاح درمرزتحتانی ، گام زمانی ومکانی وپارامترهای ثابت می باشد.

تست مدل :

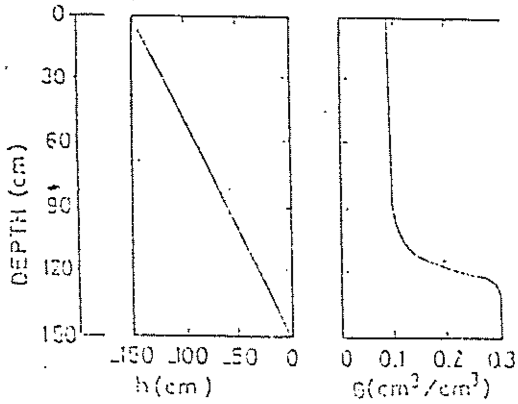
بمنظورکنترل صحت وسقم مدل برای حالتی که مرزتحتانی برروی سطح ایستابی باشد مدل پیکزوهمکاران درنظرگرفته شد. درمدل فوق نوع خاک موردآزمایش ماسه‌ای باشخصات

$D_o = ۰/۰۷۲ \ cm^2/h$ ، $he = -۳۹/۷ \ cm$ ، درصد $\theta r = ۰/۹۴$ ، $\theta s = ۳۰$ ، $Ks = ۱۷/۴ \ cm/h$

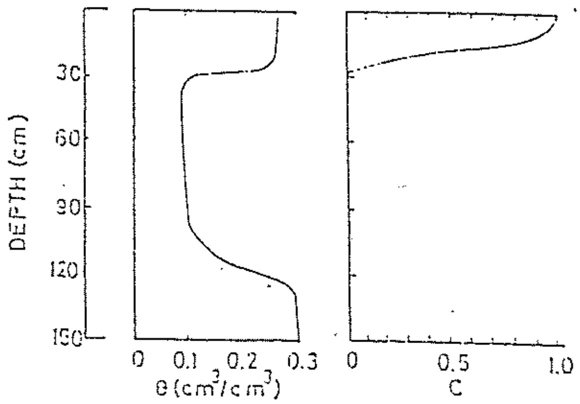
$b = ۱۰$ ، $a = ۰/۰۰۳$ ، $\lambda = ۰/۵ \ Cm$ وعمق خاک معادل ۱۵۰ سانتیمتردرنظرگرفته شده است. توزیع اولیه پتانسیل ماتریک بصورت خطی ومعادل صفردرسطح ایستابی و ۱۵۰- درسطح خاک وتوزیع

اولیه غلظت درپروفیل خاک صفردرنظرگرفته شده است . درآزمایش پیکنزوهمکاران ابتداخاک بمدت ۳۰ دقیقه باغلظت املاح ۲۰۹ میلی اکی والان درلیترآبیاری گردیده است نتایج حاصل ازمدل پیگنزوهمکاران ومدل بنیان شده پس از ۳۰ دقیقه آبیاری وپس از ۶۰ و ۳۰۰ دقیقه توزیع مجدد باهم مقایسه شده که همخوانی مطلوب درنتایج توزیع رطوبت وغلظت املاح مشاهده شده است .

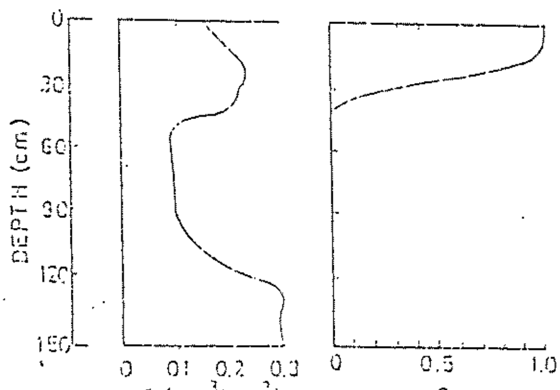
اشکال ۳ ، ۴ ، ۵ و ۶ نتایج حاصل ازمدل پیکنزوهمکاران واشکال ۷ تا ۱۲ نتایج حاصل ازمدل بنیان شده می باشد .



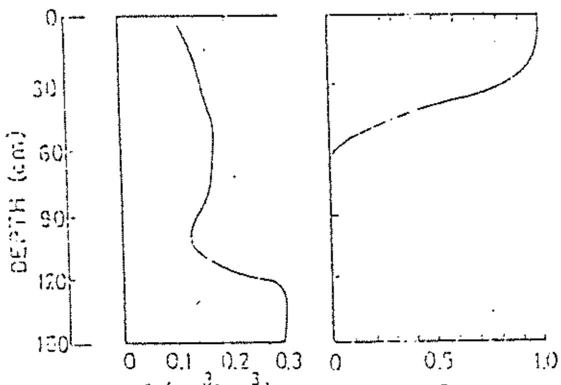
شکل (۳) - توزیع اولیه رطوبت وپتانسیل ماتریک درخاک درمدل بسکنزوهمکاران



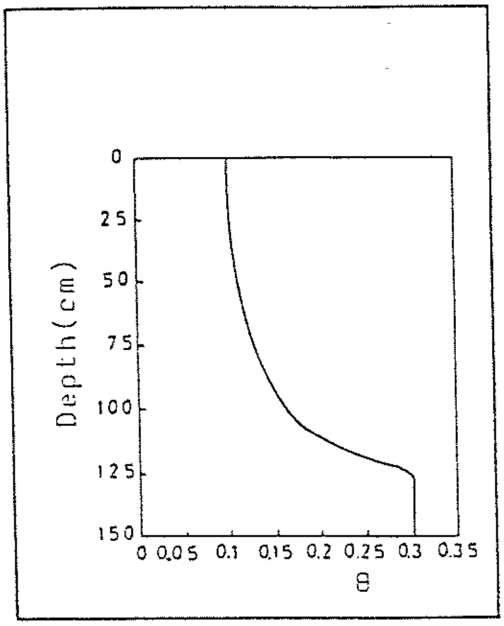
شکل (۴) - توزیع رطوبت وغلظت املاح پس از ۳۰ دقیقه آبیاری حاصل ازمدل
بسکنزوهمکاران



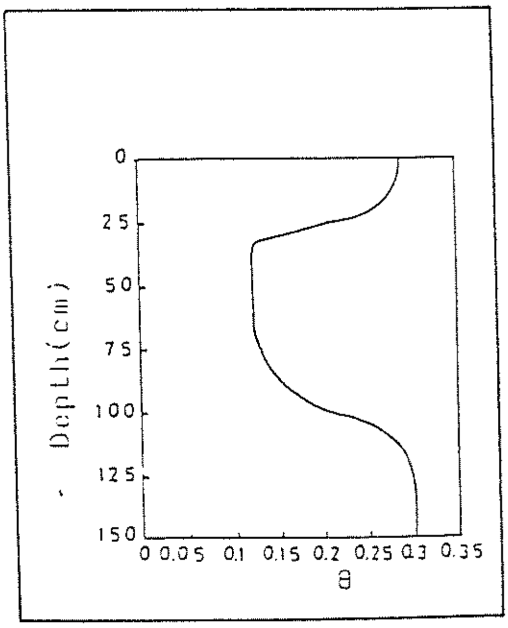
شکل ۵ - توزیع رطوبت وغلظت املاح پس از ۶۰ دقیقه توزیع مجدد حاصل از
مدل بسکنزوهمکاران



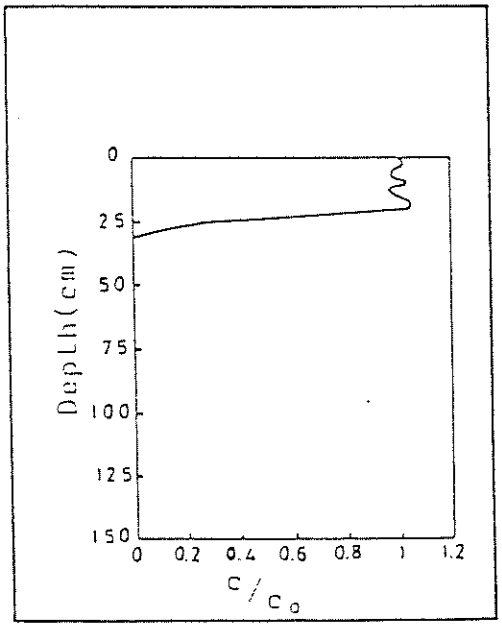
شکل ۶ - توزیع رطوبت وغلظت املاح پس از ۳۰۰ دقیقه توزیع مجدد حاصل از
مدل بسکنزوهمکاران



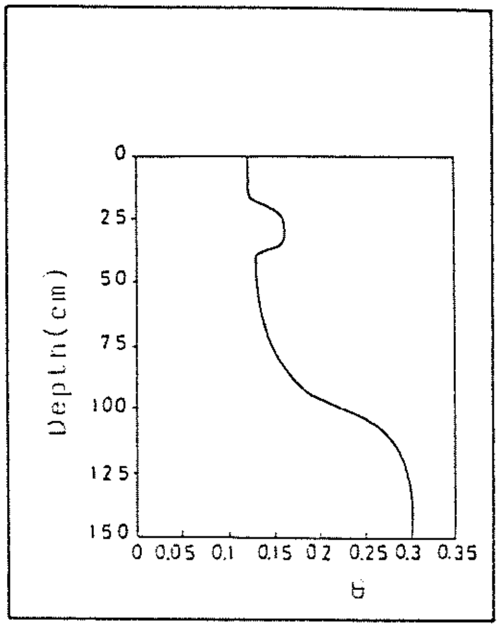
شکل (۷) - نمودار توزیع اولیه رطوبت در خاک حاصل از مدل بنیان شده



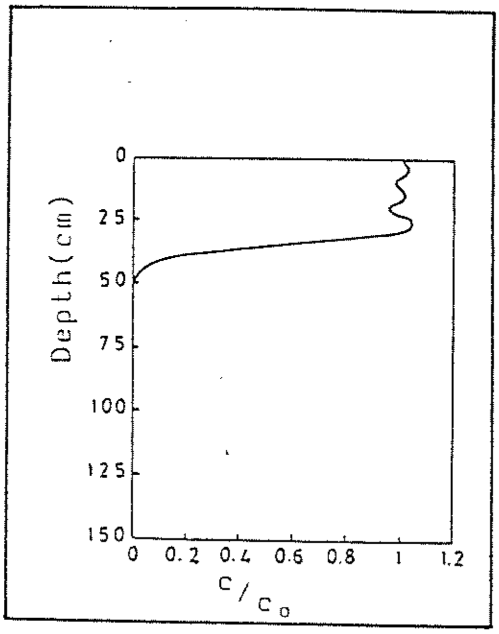
شکل (۸) - نمودار توزیع رطوبت پس از ۳۰ دقیقه آبیاری حاصل از مدل بنیان شده



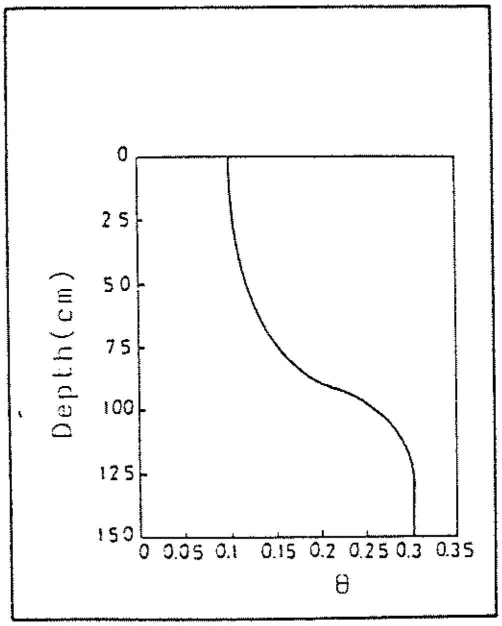
شکل (۹) - نمودار توزیع املاح پس از ۳۰ دقیقه آبیاری حاصل از مدل بنیان شده



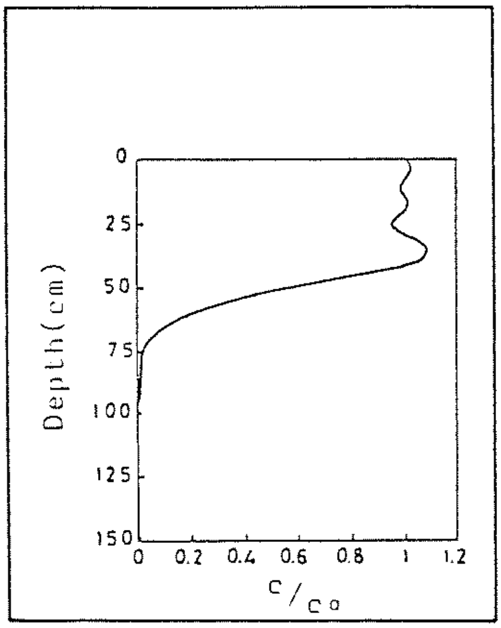
شکل (۱۰) ـ نمودار توزیع رطوبت پس از ۶۰ دقیقه توزیع مجدد
حاصل ازمدل بنیان شده



شکل (۱۱) ـ نمودار توزیع غلظت املاح پس از ۶۰ دقیقه توزیع مجدد
حاصل ازمدل بنیان شده



شکل ۱۲ ـ نمودار توزیع رطوبت پس از ۳۰۰ دقیقه توزیع مجدد
حاصل ازمدل بنیان شده



شکل (۱۳) ـ نمودار توزیع غلظت املاح پس از ۳۰۰ دقیقه توزیع مجدد
حاصل ازمدل بنیان شده

- نتیجه گیری و پیشنهادات

نتیجه گیری

در مدل حاضر که حرکت یک بعدی آب و املاح را در شرایط غیرماندگار و محیط غیراشباع بررسی میکند نتایج زیر حاصل گردید .

۱- نتایج مدل برای دو حالت تست شد . حالت اول زمانی که سطح ایستابی در نزدیکی سطح خاك و بعنوان مرز تحتانی سیستم باشد که برای این حالت مدل پیکنز و همکاران مورد استفاده قرار گرفت . حالت دوم زمانی که زهکشی آزاد در مرز تحتانی سیستم باشد که برای این حالت مدل هنکس و برسلر استفاده گردید . در هر دو حالت همخوانی مطلوب حاصل شده لذا بخوبی میتوان از این مدل در پیش بینی و تعیین پروفیل رطوبتی خاك و غلظت املاح در خاکهای مختلف و تحت شرایط و فرآیندهای گوناگون استفاده نمود .

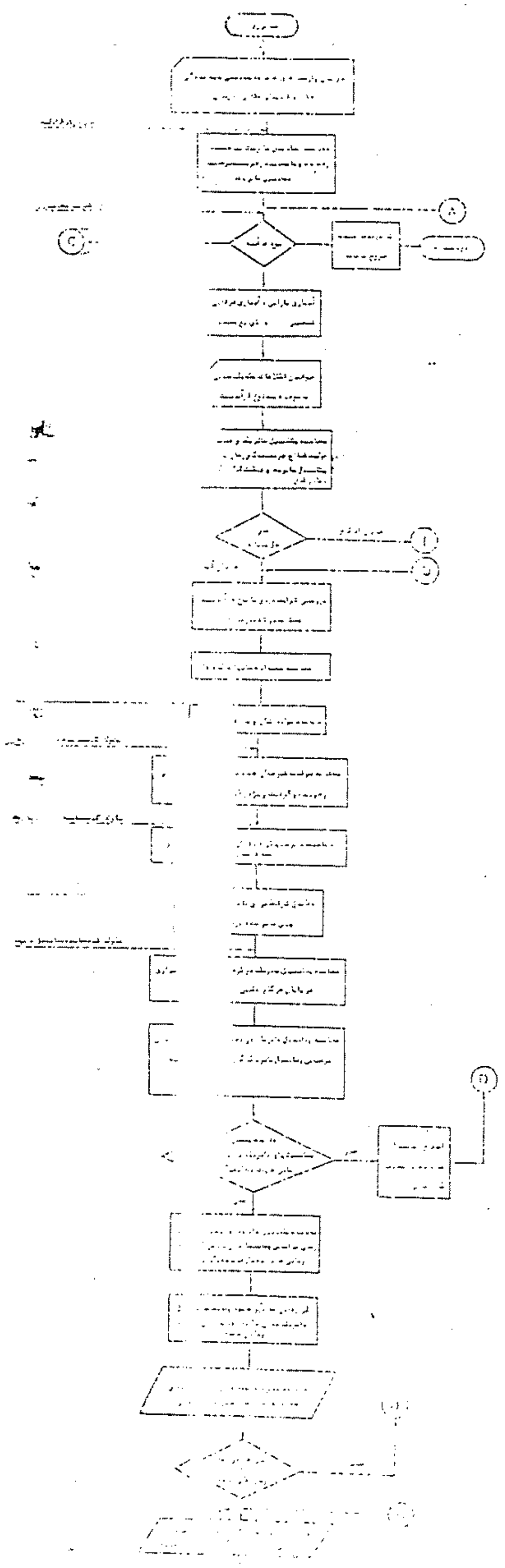
۲- در مدلهای حرکت آب واملاح درخاك ، کمیت های غیرخطی نظیر روابط بین پتانسیل ماتریك و رطوبت ، هدایت هیدرولیکی و رطوبت و هدایت هیدرولیکی و پتانسیل ماتریك وجود دارند . صاحبنظران روابط متعددی را برای کمیت های فوق ارائه و در مدلهای خود استفاده نموده اند لیکن بنظر می‌رسد لازمه تهیه مدل جامع ، بکارگیری روابط پایدار و قابل کاربرد در خاکهای مختلف و با شرایط گوناگون است که با بررسی انجام شده مدل بروکس وکری این خصوصیت را دارا می‌باشد، درصورتیکه ضریب ثابت B متناسب با نوع خاك بطور دقیق تعیین شود .

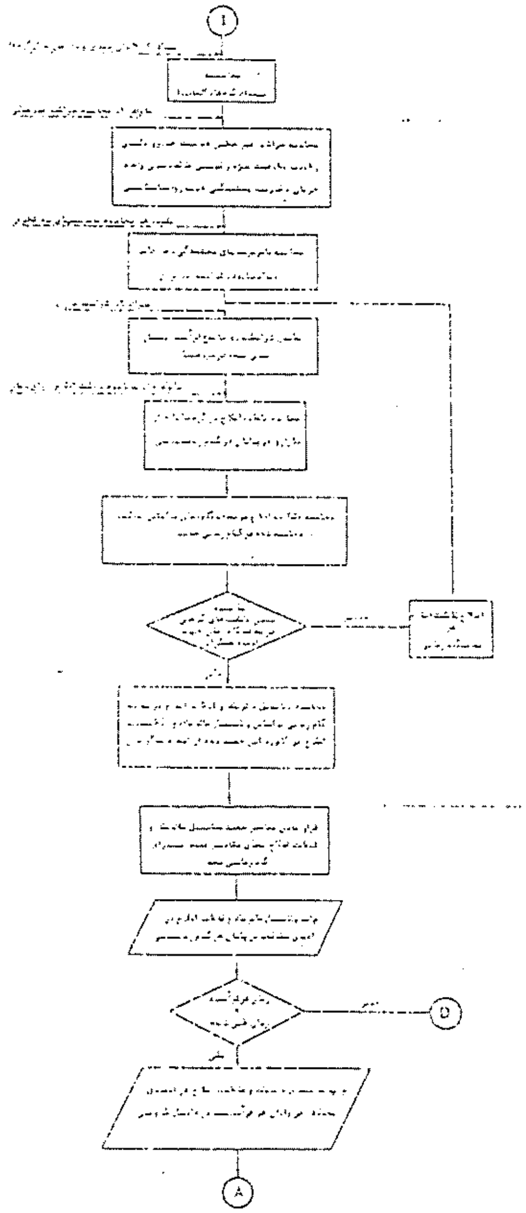
پیشنهادات

۱- شوری و قلیائیت اکثر خاکها ناشی از بالا بودن سطح ایستابی است و این مشکل دربخش عمده‌ای از اراضی زراعی کشور مشاهده می‌شود . در این مدل سطح ایستابی بعنوان مرز پائین خاك در نظر گرفته شده و تاثیر آن بر روی پروفیل خاك بررسی گردیده ولی نوسانات سطح ایستابی در مدل نادیده گرفته شده است . و یا بعبارت دیگر در این مدل با سطح ایستابی ثابت

کار شده است . از آنجاکه سطح ایستابی در زمانهای آبیاری و در فواصل بین آبیاری همواره درحال تغییر می‌باشد پیشنهاد میگردد این مدل برای حالتی که تغییرات سطح ایستابی در آن ملحوظ گردد تکمیل شود .

- در مدل فرض گردیده است که بین کاتیونهای موجود در محلول خاک و کاتیونهایی که توسط ذرات خاک جذب سطحی شده‌اند یک تعادل دینامیکی برقرار است هرچند که این فرض قابل قبول است چرا که خاکدانه‌ها همواره خود را با شرایط محیطی تطبیق می‌دهند بطوریکه اگر کاتیونهای محلول خاک تحت شرایطی افزایش یابد ذرات خاک ، کاتیونهای بیشتری را جذب می‌نمایند و تعادل جدیدی را بوجود می‌آورند . ولی چنانچه بتوان فرآیند تبادل یونی را در مدل لحاظ نمود و جذب کاتیونهای یک و دو ظرفیتی را توسط ذرات خاک در مدل گنجانید بالطبع نتایج واقعی تری از آن حاصل خواهد گردید .





مأخذ

۱ـ بای بوردی محمد ، اصول مهندسی آبیاری، جلد اول، روابط آب و خاك ، تهران : دانشگاه تهران ۱۳۶۷

۲ـ بای بوردی محمد ، فیزیك خاك ، تهران ، دانشگاه تهران ، ۱۳۶۳

۳ـ فرداد حسین ، اصول زهکشی وکاربرد آن ، جلد اول ، دوم و سوم، تهران،دانشگاه‌تهران ۱۳۶۵

۴ـ میراب‌زاده مهدی ، مدلهای ریاضی جریانهای زیرزمینی ، جزوه درسی ـ دانشگاه تهران

۵ـ لطفی احمد ، بررسی نفوذ آب باران در خاك خشك تا مرحله اشباع سطح خاك، مجله دانش کشاورزی جلد ۱ شماره‌های ۱ و ۲ (۶۷ـ ۴۰) ـ ۱۳۶۸

6- Guymon et al: A General Numerical Solution of the two - Dimensional. Diffusion - Convection Equation by the Finite Element Method - 1970

7- Zienkiewicz O.Y.K. Cheung: The Finite Element in Engineering Science, MC Graw Hill - 1971

8- Neuman S.P: Saturated - Unsaturated Seepage by Finite Elements:Jouranal of The Hydraulics Division Vol.99 No.Hy12, December 1973

9- Van Genuchten, M.TH, Wierenga,P.J.: Mass Transfer Studies in Sorbing Porous Media, Soil Sci, Soc. Am. ,Proc , 40,473-480-1976

10-Gaudet,J.P.et al: Solute Transfer,With Exchange between Mobile and Stognant Water,Through Unsaturated Sand, Soil Sci, Soc. Am,Proc.41,665 - 670,1977

11-Wierenga P.J:Solute Distribution Profiles Computed With Steady- State and Transient Water Movement Models,Soil Sci.Soc.Am.J,Vol.41,1977

12- Pickens,j. ..Ilhom, R.W.: Finite Element Analysis of
Solote Tr. t Under Hystertic Unsaturated Flow Conditions.
Water Res r Res . Vol.16, No.6, (1071-1078), 1980

13- Van Genuc M.Th : A Comparison of Numerical Solutions
of The on ...ional Unsaturated - Saturated Flow and
Mass Tran E uations, in : S.Y.Wang,C.V.Alonso,
C.A.Brebb .G. ray and G.F.Pinder(Editors), Finite
Elemonts ter Resources, Proc. 3rd Int. Conf.(1980)

14- Verruijt, Theory of Ground Water Flow, The Mac Millan
Press LTD de , (1982).

15- Wang, H.F ...on, M.P : Introduction to Ground Water
Modeling reeman and Company, San Francisco (1982).

16- Bressler eneal,B.L., Carter, D.L., Saline and Sodic
Soils Sp. - Verlag, Berlin Heidelberg Newyork(1982).

17- De Laat m : Agricultural Hydrology, Delft-NetherLands
(1985).

18- Campbell : Soil Physics With basic , Elsevier Science
Publishe / , New york (1985).

19- Nielsen, , Van Genuchten, M.TH,Biggar,J.W : Water Flow
and Solu ansport processes in The Unsaturated Zone,
Water Re Res.Vol.22, No.9,(895-1085)- 1986.

20- Feddes R.A. etal : Modelling Soil Water Dynamics in the Unsaturated Zone-State of the ART, j. of Hydrology, 100(69-111) - 1988.

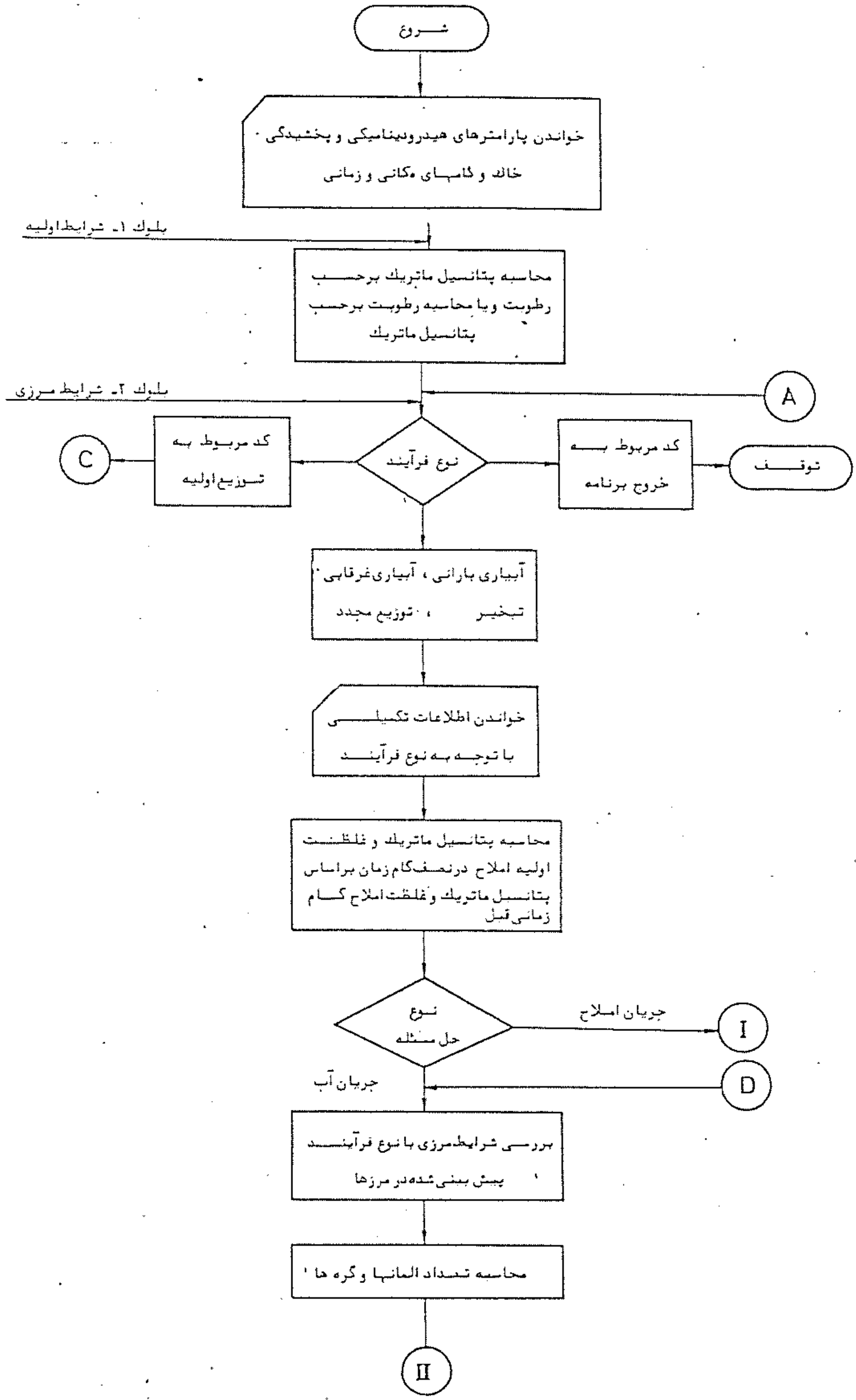
21- Russo D. : Numerical Analysis of the Nonsteady Transport of Interacting Solutes Through Unsaturated Soil, Water Resources Res.Vol.24, NO.1,2 (271-290),1988.

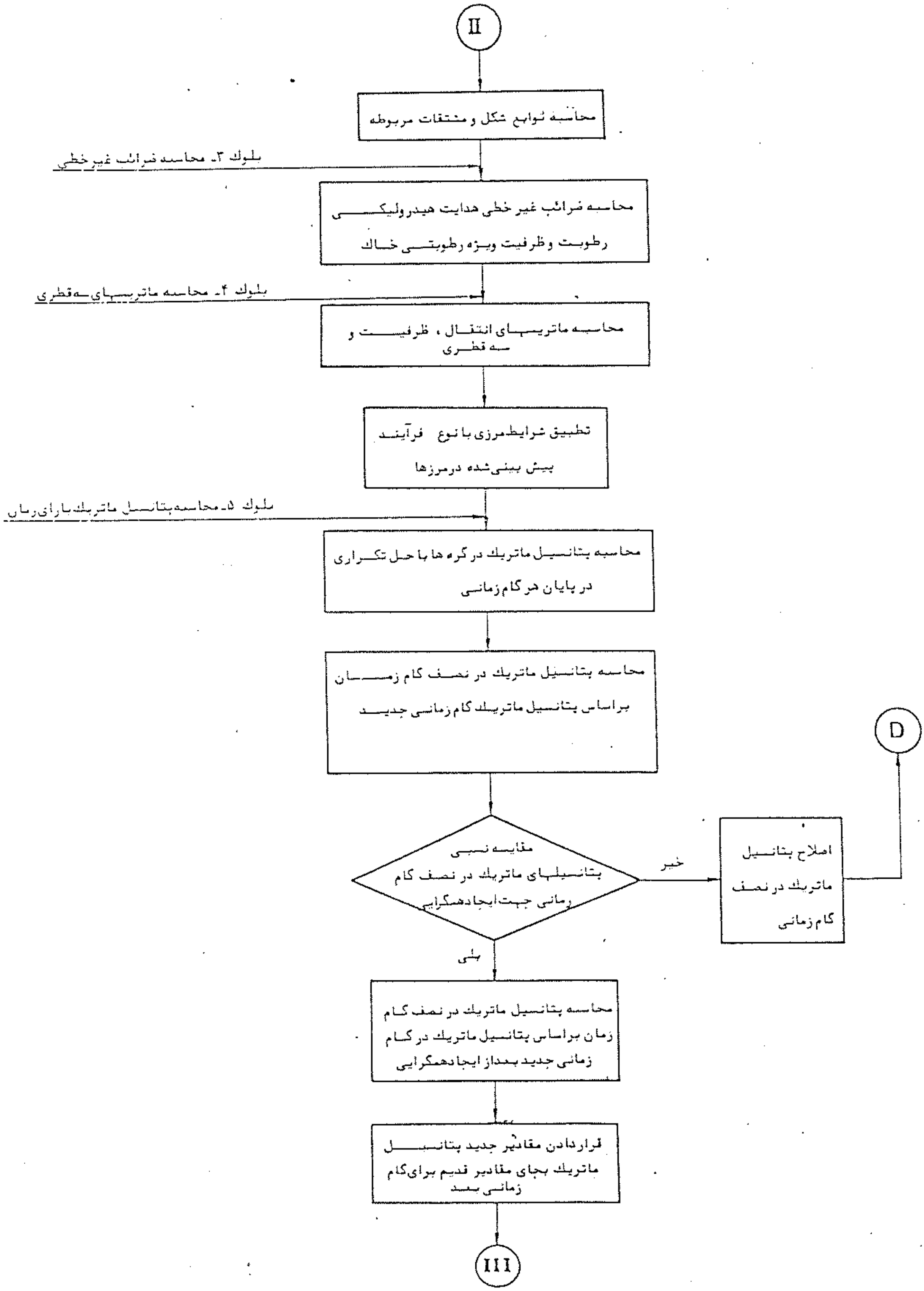
22- Russo D.etal : Numerical Analysis of Solute Transport During Transient Irrigation, Water Resources Res.Vol.25 No.1,2, (2109-2127) -1989.

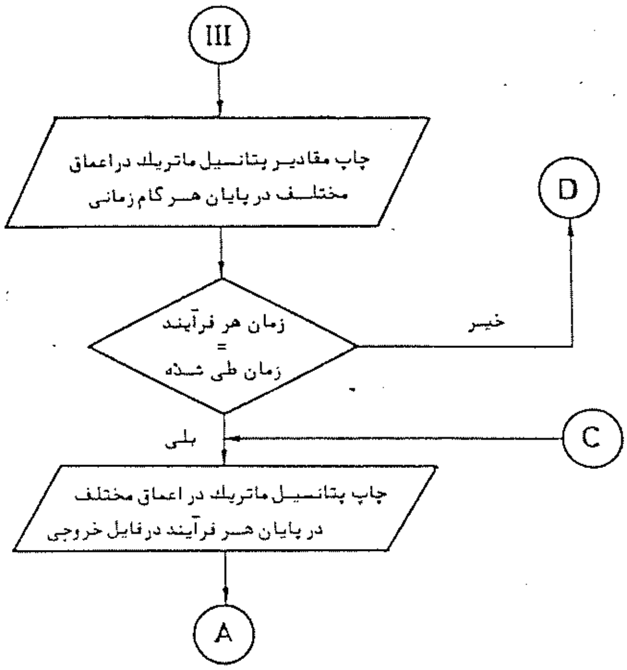
23- Antonopoulos V.Z and Papazafiriou Z.G: Solutions of one - Dimensional Water Flow and Mass Transport Equations in Variably Saturated Porous Media By the Finite Element Method , j.of Hydrology , 119(151-167),1990 .

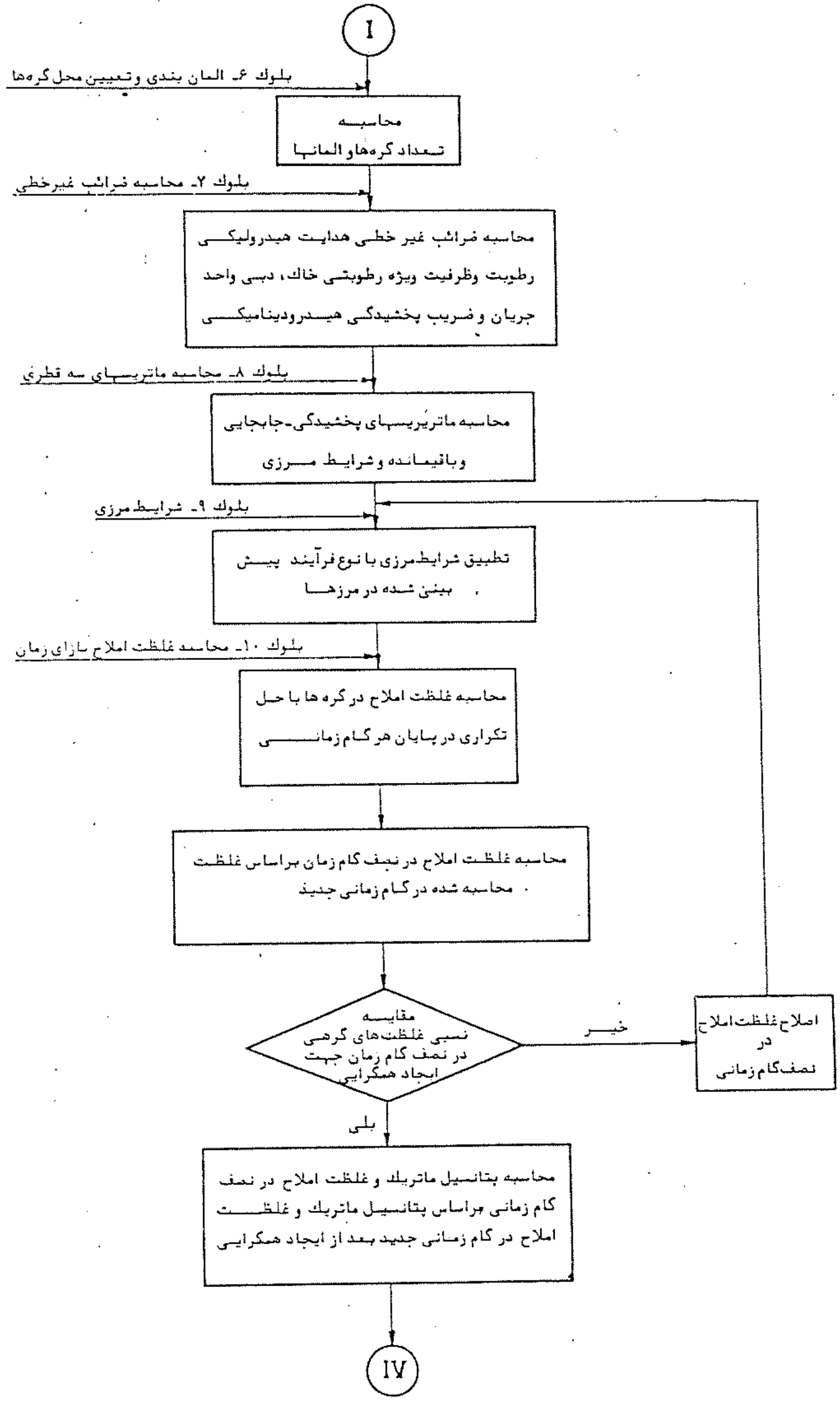
24- Srivastava R. and Jimyeh T.C : Analytical Solutions For one Dimensional , Transient Infiltration toward the Water Table in Homogeneous and Layered Soils , Water Resources Res.Vol.27, No.5,(753-762)1991 .

دیاگرام برنامه حرکت آب و املاح در خاک




II
محاسبه توابع شکل و مشتقات مربوطه
بلوک ۳- محاسبه ضرائب غیرخطی
محاسبه ضرائب غیر خطی هدایت هیدرولیکی رطوبت و ظرفیت ویژه رطوبتی خاک
بلوک ۴- محاسبه ماتریسهای سه‌قطری
محاسبه ماتریسهای انتقال، ظرفیت و سه قطری
تطبیق شرایط مرزی با نوع فرآیند پیش بینی‌شده درمرزها
بلوک ۵- محاسبه پتانسیل ماتریک بازای زمان
محاسبه پتانسیل ماتریک در گره ها با حل تکراری در پایان هر گام زمانی
محاسبه پتانسیل ماتریک در نصف گام زمان براساس پتانسیل ماتریک گام زمانی جدید
D
مقایسه نسبی پتانسیلهای ماتریک در نصف گام زمانی جهت ایجاد همگرایی
خیر
اصلاح پتانسیل ماتریک در نصف گام زمانی
بلی
محاسبه پتانسیل ماتریک در نصف گام زمان براساس پتانسیل ماتریک در گام زمانی جدید بعداز ایجاد همگرایی
قراردادن مقادیر جدید پتانسیل ماتریک بجای مقادیر قدیم برای گام زمانی بعد
III


III
چاپ مقادیر پتانسیل ماتریک در اعماق مختلف در پایان هر گام زمانی
D
زمان هر فرآیند
=
زمان طی شده
خیر
بلی
C
چاپ پتانسیل ماتریک در اعماق مختلف در پایان هر فرآیند در فایل خروجی
A


I
بلوک ۶- المان بندی و تعیین محل گره‌ها
محاسبه
تعداد گره‌ها و المانها
بلوک ۷- محاسبه ضرائب غیرخطی
محاسبه ضرائب غیر خطی هدایت هیدرولیکی
رطوبت وظرفیت ویژه رطوبتی خاک، دبی واحد
جریان و ضریب پخشیدگی هیدرودینامیکی
بلوک ۸- محاسبه ماتریسهای سه قطری
محاسبه ماتریسهای پخشیدگی-جابجایی
وباقیمانده و شرایط مرزی
بلوک ۹- شرایط مرزی
تطبیق شرایط‌مرزی با نوع فرآیند پیش
بینی شده در مرزها
بلوک ۱۰- محاسبه غلظت املاح بازای زمان
محاسبه غلظت املاح در گره ها با حل
تکراری در پایان هر گام زمانی
محاسبه غلظت املاح در نصف گام زمان براساس غلظت
محاسبه شده در گام زمانی جدید
مقایسه
نسبی غلظت‌های گرهی
در نصف گام زمان جهت
ایجاد همگرایی
خیر
اصلاح غلظت املاح
در
نصف‌گام زمانی
بلی
محاسبه پتانسیل ماتریك و غلظت املاح در نصف
گام زمانی براساس پتانسیل ماتریك و غلظت
املاح در گام زمانی جدید بعد از ایجاد همگرایی
IV