



جمهوری اسلامی ایران
بخش کارشناسان جوان

مجموعه مقالات کارگاه آموزشی مدل سازی در آبیاری و زهکشی

زمان: پنجشنبه ۲۶ آذر ماه ۱۴۰۸

مکان: تهران، خیابان ستار هان، برج آستین، سالن اتکامات



مجموعه مقالات

کارگاه آموزشی «مدلسازی در آبیاری و زهکشی»

هیئت علمی کارگاه آموزشی «مدلسازی در آبیاری و زهکشی»

| | |
|---------------------|-------------------------|
| مهندس هومن خالدی | مهندس مهدی قبادی‌نیا |
| مهندس مهرزاد احسانی | مهندس علیرضا سلامت |
| مهندس پروانه کاظمی | مهندس بهنام باغبان‌زاده |
| سحر ملک‌زاده | مهندس نیلوفر صادقی |

کمیته ملی آبیاری و زهکشی ایران

| صفحه | فهرست |
|------|--|
| ۱ | ۱- مقدمه‌ای بر مدل و کاربردهای آن در آبیاری و زهکشی هومن خالدی، حسن طباطبائی |
| ۱۱ | ۲- ساختار مدل‌های ریاضی و کاربرد آنها در سیستم‌های آب زیرزمینی مهدی میراب‌زاده، مهدی قبادی‌نیا |
| ۲۷ | ۳- مقدمه‌ای بر روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل افشین اشرف‌زاده |
| ۴۳ | ۴- مدل‌های رایانه‌ای کاربردی: بررسی روش تولید نرم افزار جامع تسطیع اراضی Level CAD احسان روشنی، صلاح گوچک‌زاده |
| ۶۵ | ۵- شبیه‌سازی حرکت آب در خاک با استفاده از مدل ۱D-HYDRUS فریدر عباسی |
| ۸۳ | ۶- شبیه‌سازی حرکت آب و املاح به طرف زهکش‌ها با استفاده از نرم‌افزار Drainmod عبدالمحیمد لیاقت، عباس کاویانی |
| ۱۰۹ | ۷- بررسی کاربرد مدل‌های فیزیکی در طراحی شبکه‌های انتقال آب جواد فرهودی |
| ۱۲۱ | ۸- بررسی پدیده گرداب با استفاده از مطالعات مدل فیزیکی و روش‌های استهلاک آن در آبگیر نیروگاهها مصطفی روشن |
| ۱۳۷ | ۹- معرفی نرم افزار دینامیک سیالات محاسباتی، Fluent مهدی خادمی، محمدحسین امید، عبدالمسین هوسفر |

کارگاه آموزشی مدلسازی در آبیاری و زهکشی

۱۴۰۲ آذر ماه ۱۴۰۲

مقدمه‌ای بر مدل و کاربردهای آن در آبیاری و زهکشی

سید حسن طباطبائی^۱، هومن خالدی^۲

چکیده

مدل شرحی ساده از هویت یا فرآیندی پیچیده است. به عبارت دیگر مدلسازی به معنای استخراج روابط بین پدیده‌های مرتبط با هم و ارایه یک سیستم پویا است، تا امکان پیشگویی تغییرات پدیده یا پدیده‌ها نسبت به زمان، مکان و غیره به وجود آید. ساخت مدل بر پایه کشف روابط منطقی و شناخت و تفسیر این روابط امکان پذیر می‌گردد. در شرایط حاضر استفاده از مدل تقریباً در تمامی علوم، کاری متعارف می‌باشد به طوری که امروزه از شبیه‌سازی انفجارهای اتمی گرفته تا علوم انسانی، از مدل استفاده می‌شود. در علوم مهندسی با پیشرفت محاسبات عددی و ساخت کامپیوترهای پرسرعت طی چند دهه اخیر، زمینه لازم برای ساخت و ارایه مدل، بیش از پیش فراهم گردیده است. در علوم مختلف کشاورزی و از آن جمله آبیاری و زهکشی نیز مدلسازی در حال توسعه می‌باشد. استفاده از مدل‌ها، زمینه لازم را برای پاسخهای سریع، دقیق و اقتصادی به بسیاری از سوالات فراهم آورده است. در این مقاله که براساس مطالعات کتابخانه‌ای تهیه گردیده است، ابتدا به تشریح مفهوم مدل پرداخته شده و در ادامه چند نوع از تقسیم‌بندی‌های رایج مدل ارایه گردیده است.

کلمات کلیدی: مدل - آبیاری - زهکشی

۱- استادیار گروه مهندسی آب دانشکده کشاورزی دانشگاه شهرکرد

شهرکرد - دانشگاه شهرکرد - دانشکده کشاورزی - گروه مهندسی آب - ص.پ. ۱۱۵ فاکس: ۰۳۸۱-۴۴۲۴۴۲۸
stabaei@hotmail.com

۲- کارشناس شرکت مهندسی مشاور مهاب قدس و عضو بخش جوان کمیته ملی آبیاری و زهکشی ایران
تهران- خیابان وحدت دستگردی- خیابان تخارستان- شرکت مهندسی مشاور مهاب قدس- صندوق پستی ۱۹۳۹۵-۶۸۷۵
homankhaledi@yahoo.com

۱- کلیات

۱-۱- مقدمه

جهان هستی و پدیده‌های موجود در آن در قیاس با توانایی‌های علمی و ذهنی بشر دارای پیچیدگی‌های فراوانی می‌باشند. اما انسان بر اساس نیاز و یا کنجکاوی خود نیاز دارد که بسیاری از این پدیده‌های طبیعی را کشف و تحلیل نماید. بدین لحاظ لازم است که از وسیله‌ای استفاده شود تا ضمن حفظ واقعیت‌های موجود در پدیده طبیعی، امکان تحلیل آن توسط ذهن انسان وجود داشته باشد. این وسیله مدل^۱ نامیده می‌شود. به عبارت دیگر، مدل شرحی ساده از هویت یا فرآیندی پیچیده است (شکل ۱). مدل سازی به ما اجازه می‌دهد، پدیده‌های طبیعت را درک کرده و در هر مورد پیش بینی لازم را انجام دهیم.



شکل ۱- مدل، واسطه‌ای بین پدیده‌های طبیعی و ذهن انسان

به عنوان مثال می‌توان گفت که کره زمین در واقعیت بیرون از ذهن بشر تقریباً بشكل یک پرتقال می‌باشد حال اگر ما بخواهیم یک سد کوچک احداث کنیم می‌توان سطح زمین را مسطح فرض کرده و یا به عبارت دیگر از «مدل زمین مسطح» استفاده کنیم. اما اگر منظور ما احداث خط لوله‌ای طولانی باشد می‌توانیم زمین را کروی فرض کنیم و یا به عبارت دیگر از «مدل کروی زمین» استفاده کنیم. در این دو مثال واقعیت کره زمین یکی است اما به دو صورت در ذهن انسان مدل شده است.

در طی چند دهه اخیر با ظهور کامپیوترهای قدرتمند این امکان فراهم شده است که پدیده‌های بسیار پیچیده همچون هواشناسی و یا حتی انفجارهای اتمی بصورت مدل کامپیوتراً مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرند.

۲- سابقه و منافع بکارگیری مدل

می‌توان گفت از ابتدای خلقت بشر، انسان پدیده‌های طبیعی را بصورت مدل در ذهن خود ایجاد کرده و از آن بهره می‌برده است. با پیدایش انقلاب صنعتی در چند صدۀ قبل و پیشرفت چشمگیر در علومی همچون ریاضی و فیزیک، استفاده از مدل وارد مرحله جدیدی شد به طوری که با این پیشرفت، مدل کردن پدیده‌های طبیعی با استفاده از علوم ریاضی، فیزیک و غیره بسیار متعارف گردید.

در قرن بیستم با پیدایش کامپیوتر، استفاده از مدل وارد مرحله نوینی شد، به طوری که بسیاری از مدل‌های پیچیده با استفاده از کامپیوتر قابلیت تحلیل پیدا کردند. این روند با ورود کامپیوترهای جدید هر روز در حال گسترش بوده و امروزه این امکان بوجود آمده است که بسیاری از مدل‌های پیچیده حتی بوسیله کامپیوترهای خانگی قابل تحلیل شوند.

استفاده از مدل در طی دوران مختلف تاریخ توانسته است منافع بسیاری را برای انسان به ارمغان بیاورد که برخی از موارد آن بشرح ذیل می‌باشد:

- کم کردن هزینه‌ها
- سریع شدن دسترسی به نتایج
- دسترسی به نتایج دقیقتر

۱-۳- تعریف نمونه واقعی و مدل

معمولًا در ایجاد پدیده‌های طبیعی، عوامل گوناگونی دخالت دارند. در تهیه مدل این‌گونه پدیده‌ها سعی می‌شود که عوامل کم اهمیت جهت ساده شدن کار حذف گردند. این موضوع باعث می‌شود که یک پدیده پیچیده طبیعی، تبدیل به یک پدیده ساده‌تر شده و مدل کردن و تحلیل آن سهولت‌تر شود. البته باستی توجه داشت که حذف این عوامل باید بر اساس منطق صورت گیرد چرا که در غیر این صورت نتایج دریافتی از مدل با نتایج دریافتی از پدیده طبیعی، تفاوت فاحشی پیدا خواهد کرد.

به طور کل می‌توان گفت دقیقترین مدل یک پدیده طبیعی خود آن پدیده می‌باشد، اما مسایلی همچون پیچیدگی، هزینه و یا وقت‌گیر بودن موجب می‌شود که انسان از مدل استفاده کند. در علم مدل به نمونه واقعی یا اصلی، پروتوتیپ^۱ و به نمونه تهیه شده از روی نمونه واقعی، مدل گویند. شکل ۲ نمونه‌ای از مدل یک سد و نمونه واقعی آن را نشان می‌دهد.

شکل ۲ - مدل و نمونه
واقعی یک سد



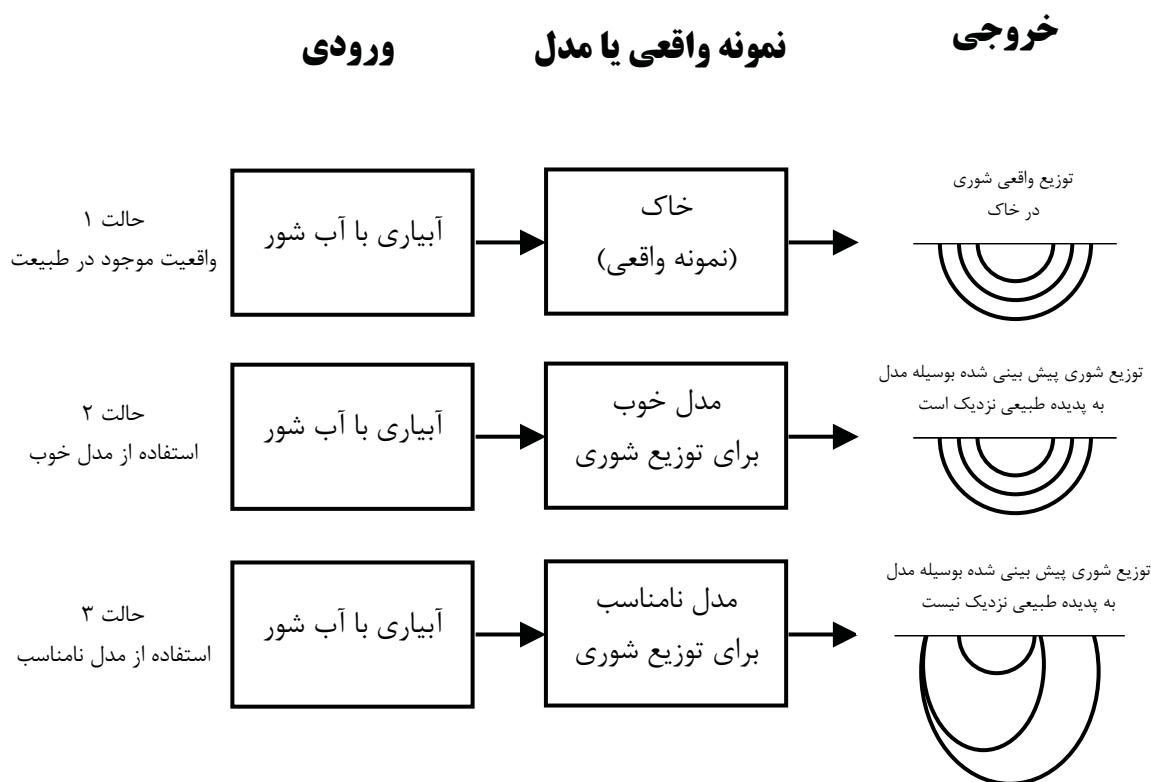
۱-۴- مقیاس مدل

در عمل ممکن است مقیاس عوامل در نمونه واقعی در حدی باشد که انجام آزمایش در آن مقیاس غیر ممکن یا غیر اقتصادی باشد. در این صورت لازم است که مقیاس مدل مورد مطالعه در قیاس با نمونه اصلی تغییر (بزرگتر یا کوچکتر) نماید. به طور مثال ساختن یک مدل از سرریز سد در مقیاس واقعی ممکن است غیر اقتصادی باشد اما ساختن مدل کوچک آن می‌تواند هزینه‌ها را تا حد زیادی کاهش دهد. این تغییر

مقیاس می‌تواند در زمینه زمان هم کاربرد داشته باشد. بطور مثال تحلیل فرآیند رسوب در طبیعت زمان بر می‌باشند، اما می‌توان مدل‌هایی برای تحلیل رسوب تهیه نمود که بتوان سریعتر به نتایج دست یافت.

۱-۵- استفاده از مدل

بعد از اینکه برای تحلیل یک فرآیند طبیعی، مدل تهیه شد می‌توان با اعمال ورودی‌های مختلف نتیجه آن فرآیند طبیعی را پیش‌بینی نمود. در این مرحله هرچه مدل بهتر تهیه شده باشد نتایج خروجی آن نیز به واقعیت نزدیکتر خواهد بود. شکل ۳ به صورت شماتیک نشان‌دهنده این موضوع می‌باشد.



شکل ۳- مقایسه نتایج حاصل از یک مدل خوب و یک مدل نامناسب

۲- تقسیم‌بندی مدل‌ها

به طور کل مدل‌ها را می‌توان از دیدگاه‌های مختلف تقسیم‌بندی نمود. در زیر چند نمونه رایج برای تقسیم‌بندی مدل‌ها آورده شده است.

۱-۲- تقسیم‌بندی مدل‌ها از نظر قابل فهم بودن

بر اساس قابل فهم بودن، مدل‌ها را می‌توان به سه دسته کلی زیر تقسیم‌بندی نمود:

مدل جعبه سفید

در مدل‌های جعبه سفید، فرآیندی که در مدل طی می‌شود مشخص می‌باشد.

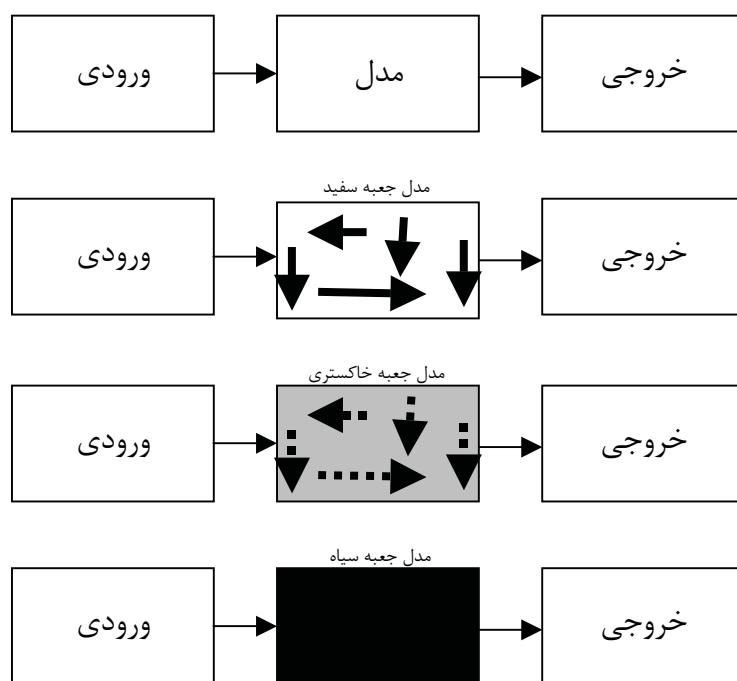
مدل جعبه خاکستری

در این نوع مدل اتفاقاتی که در مدل می‌افتد بطور واضح مشخص نیست. مدل‌های جعبه خاکستری حالتی بینابین مدل‌های جعبه سفید و جعبه سیاه دارند.

مدل جعبه سیاه

در مدل‌های جعبه سیاه، اتفاقاتی که در مدل می‌افتد مشخص نمی‌باشد.

شکل ۴ بصورت شماتیک مقایسه‌ای از سه دسته مدل فوق الذکر را نشان می‌دهد.



شکل ۴- مقایسه مدل‌های جعبه سیاه، خاکستری و سفید
(خطهای فلش دار نمایی شماتیک از اتفاقاتی است که در مدل می‌افتد)

۲-۲- تقسیم‌بندی مدل‌ها از نظر ماهیت

مدل‌هایی که معمولاً برای مطالعه و بررسی آبیاری و زهکشی مورد استفاده قرار می‌گیرد، سه نوع می‌باشد:

۱-۲-۱- مدل فیزیکی

در مدل فیزیکی، مدل از نظر فیزیکی شبیه نمونه واقعی می‌باشد، اما در مقیاسی متفاوت. برای مثال مدل فیزیکی یک سد یا رودخانه که در آزمایشگاه‌های هیدرولیک تهیه می‌شوند نمونه‌هایی از مدل‌های فیزیکی هستند. این مدل‌ها در حال حاضر در دنیا جایگاه ویژه‌ای خود را دارند. این نوع از مدل‌ها معمولاً پر هزینه می‌باشند. شکل ۵ نمونه‌ای از مدل فیزیکی یک سرریز سد را نمایش می‌دهد.



شکل ۵- مدل فیزیکی سرریز یک سد

۲-۲-۲- مدل قیاسی

نوع دیگری از مدل‌ها وجود دارند که می‌توان آنها را نوع خاصی از مدل‌های فیزیکی دانست. مبنای منطقی اینگونه مدل‌ها این است که در طبیعت پدیده‌های گوناگونی وجود دارند که از نظر فیزیکی و معادلات ریاضی شبیه هم هستند. به طور مثال حرکت جریان الکتریسته و یا حرکت حرارت در بسیاری موارد شبیه فیزیک حرکت آب می‌باشد. بر این اساس می‌توان فرض کرد که ولتاژ معادل فشار، هدايت الکتریکی معادل ضریب نفوذپذیری، شبی پتانسیل الکتریکی معادل شبی هیدرولیکی و بردار شدت جریان الکتریکی معادل بردار سرعت آب می‌باشد. در چنین شرایطی فرمول اهم هم بجای فرمول دارسی مورد استفاده واقع خواهد شد. بنابراین در برخی موارد می‌توان به جای استفاده از مدل‌های فیزیکی از مدل‌های الکتریکی، حرارتی و غیره استفاده نمود تا بدین وسیله امکان تهیه مدل و آزمایش سهولت‌تر شود. شکل ۶ نمونه‌ای از مدل قیاسی می‌باشد که برای یک آبخوان تهیه شده است.



شکل ۶ - مجموعه‌ای از خازن و مقاومت الکتریکی که هیدرولیک جریان آب زیرزمینی را در یک آبخوان بوسیله مدل قیاسی نشان می‌دهد

۲-۳-۲- مدل ریاضی

در علم آبیاری و زهکشی، مدل‌های ریاضی در حقیقت به معنای حل معادلات اصلی حاکم بر فیزیک آب و خاک می‌باشدند. مراحلی که برای ایجاد و اجرای یک مدل ریاضی طی می‌شود عموماً شامل موارد ذیل می‌باشد:

الف- درگ فتاوی فیزیکی سیستم

در این مرحله روابط و اثرات متقابل عوامل موجود در یک سیستم تعیین می‌شوند.

ب- تعیین معادلات ریاضی

در این مرحله، روابط فیزیکی حاکم که در مرحله قبل شناسایی شده‌اند به صورت عبارات ریاضی تفسیر می‌شوند. در این قسمت باید فرضیات ساده‌ای را در نظر گرفت و معادلات حاکم بر جریان را بدست آورد. نتایج حاصله از این مرحله عموماً شامل یک یا تعدادی معادله دیفرانسیل همراه با شرایط اولیه^۱ و مرزی^۲ مناسب می‌باشد.

۴- حل معادلات ریاضی

در این مرحله بایستی روش حل مناسبی جهت فرمول ارایه شده در مرحله قبل بدست خواهد آید. عموماً دو روش اساسی برای حل معادلات ریاضی در این مرحله وجود دارد که عبارتند از روش تحلیلی و روش عددی. بر همین مبنای دو نوع مدل ریاضی قابل تعریف می‌باشد:

• مدل‌های ریاضی تحلیلی

مدل‌های ریاضی تحلیلی معمولاً برای مسایل ساده کاربرد دارند. به عبارت دیگر اگر از این نوع مدل برای مسایل پیچیده استفاده شود لازم است که با فرضیات مختلف معادلات را ساده نموده تا امكان حل مسئله با مدل‌های ریاضی تحلیلی فراهم آید. بدیهی است که این ساده‌سازی، خطاهایی را در جواب نهایی موجب خواهد شد. برای مثال در آبهای زیرزمینی یا زهکشها، معادلات جریان را می‌توان با اعمال فرضیاتی، به شکلی درآورد که حل تحلیلی داشته باشند. اینگونه مدل‌ها مجموعه‌ای را تشکیل می‌دهند که مدل‌های ریاضی تحلیلی نام گرفته‌اند.

• مدل‌های ریاضی عددی

در مورد پدیده‌های پیچیده^۳ امکان استفاده از مدل‌های ریاضی تحلیلی وجود ندارد یا بسیار مشکل است. دلیل این امر این است که تحلیل اینگونه سیستم‌ها با مدل‌های ریاضی تحلیلی، نیاز به ساده‌سازی‌های زیادی داشته و بدون اعمال این ساده‌سازی‌ها امکان حل وجود نخواهد داشت و در

1- Initial condition

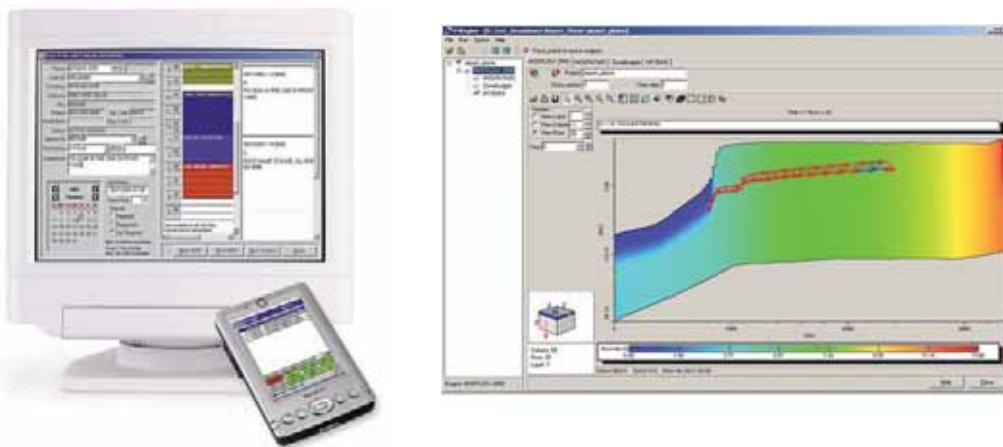
2- Boundary condition

3- بطور مثال سیستم‌هایی که دارای شرایط مرزی پیچیده بوده و یا پارامترهای محیطی، تغییرات و پیچیدگی‌های زیادی داشته باشند.

صورتی که این ساده‌سازی‌ها انجام شود نتایج صحیح و قابل اعتماد نخواهد بود. در چنین شرایطی برای تحلیل اینگونه پدیده‌ها از روش‌های عددی استفاده می‌شود. مدل‌های ریاضی عددی عموما با حل معادلات دیفرانسیل همراه است. جهت استفاده از روش‌های عددی، متغیرهای پیوسته بوسیله متغیرهای ناپیوسته جانشین می‌شوند. بنابراین یک سری معادلات جبری بدست می‌آید. معادلات حاصل عموما با استفاده از روش‌های مستقیم و یا روش‌های تکراری حل می‌شوند.

۴-۲-۴- مدل‌های کامپیوترا

امروزه معمولاً جهت تحلیل مدل‌های ریاضی از برنامه‌های مختلف کامپیوترا استفاده می‌شود. مدل‌های کامپیوترا در حقیقت همان مدل‌های ریاضی هستند اما به دلیل اینکه این نوع مدل‌ها با کامپیوترا تحلیل می‌شوند به آنها مدل‌های کامپیوترا می‌گویند. امروزه استفاده از این نوع مدل‌ها بطور وسیعی در حال گسترش می‌باشد. از دلایل این امر سادگی و کم هزینه‌بودن این نوع از مدل‌ها است (شکل ۷). امروزه انواع مختلفی از مدل‌های کامپیوترا در زمینه حل مسایل آبیاری و زهکشی تولید شده‌اند. بطور مثال^۱ Infilt^۲, Sirmod^۳, Drainmod^۴ از جمله این مدل‌ها می‌باشند. امروزه اینگونه مدل‌ها به طور وسیعی در حال گسترش می‌باشند.



شکل ۷ - نمونه‌هایی از مدل‌های کامپیوترا

۴-۳- تقسیم‌بندی مدل‌ها از نظر ساختاری

بر اساس ساختاری می‌توان مدل‌ها را به سه دسته شامل مدل‌های تجربی، مدل‌های مکانیسمی و مدل‌های نیمه تجربی تقسیم‌بندی نمود. مشخصات اینگونه تقسیم‌بندی بشرح زیر می‌باشد:

۱- یکی از مدل‌های معروف در زمینه زهکشی می‌باشد. این مدل توسط اسکگر در دانشگاه کارولینای شمالی نوشته شده است و تاکنون نسخه‌های مختلفی از آن با قابلیتهاز زیادتر به بازار آمده است. نسخه جدید این مدل کامپیوترا مدل Drainmod-5.1 می‌باشد که علاوه بر سایر قابلیتها، امکان شبیه سازی حرکت نیترات و شوری را نیز در سیستم آب و خاک دارد.

۲- یکی از مدل‌های معروف در زمینه آبیاری سطحی مدل Sirmod می‌باشد. این مدل توسط واکر در دانشگاه یوتا توسعه داده شده است.

۲-۳-۱- مدل‌های تجربی

مدل‌های تجربی مبتنی بر روابط مشتق شده از آنالیز اعداد^۱ بوده و معمولاً به مقدار زیادی داده^۲ برای ساخت نیاز دارد. عیب این نوع مدل‌ها آن است که قابلیت استفاده در خارج از محدوده داده‌های ساختاری خود را ندارند. این مدل‌ها در واقع توصیف ریاضی از داده‌ها بوده و قادر به افزایش شناخت ما از داده‌ها نیستند. برای مثال فرض کنید در یک منطقه خاص عملکرد دانه سورگوم همبستگی زیادی با مقدار آب ذخیره شده در خاک در زمان کاشت دارد. لذا آب خاک در هنگام کاشت پیشگویی خوبی از عملکرد است. اما از این مدل نمی‌توان برای پیش‌بینی عملکرد در مناطق دیگر استفاده کرد زیرا همه داده‌های مورد استفاده جهت پردازش این مدل از یک منطقه خاص گرفته شده و قادر به درنظر گرفتن تفاوت‌های بین مناطق مختلف نیست.

به عنوان مثال دیگر می‌توان از معادله نفوذ کوستیاکوف^۳ نام برد. این معادله معمولاً برای هر منطقه بطور جداگانه تعیین می‌گردد و برای تهیه آن تعداد زیادی داده جمع‌آوری می‌شود و بوسیله روش‌هایی همچون رگرسیون معادله‌ای برای اعداد جمع‌آوری شده تهیه می‌گردد. بدیهی است که این معادله فقط برای آن محدوده از اعداد و فقط برای منطقه مورد آزمایش کاربرد دارد.

۲-۳-۲- مدل‌های شبیه سازی مکانیسمی

در این نوع مدل‌ها، ساختار مدل مبتنی بر فرآیندهای واقعی است، که در سیستم مورد نظر رخ می‌دهد. به عبارت دیگر در چنین مدل‌هایی تلاش بر توصیف، مبتنی بر شناخت از سیستم است. برای مثال می‌توان از فرآیند تولید محصول در گیاهان نام برد. در این فرآیند سطح برگ، انرژی خورشید را جذب کرده و ریشه نیز از طرف دیگر مواد غذایی را جذب می‌کند و در نهایت در گیاه محصول تولید می‌شود حال اگر چنانچه تمام و یا حتی تعدادی از مراحل طی شده برای تولید محصول در فرآیند تهیه مدل وارد شوند از یک مدل مکانیسمی استفاده شده است.

به عنوان مثال دیگر می‌توان از مدل پیشنهادی پمن برای تعیین نیاز آبی گیاه نام برد. در این مدل فرض شده است که نیاز آبی گیاه تابع دو فرآیند شامل فرآیند توازن انرژی و فرآیند آیروبدینامیک می‌باشد. بدین منظور در مدل پمن ابتدا با استفاده از فرمولهای توازن انرژی، مقدار انرژی را که می‌تواند برای تبخیر و تعرق مهیا شود، محاسبه شده و سپس با استفاده از فرمولهای آیروبدینامیک نیاز آبی تعیین می‌گردد. با توجه به این که در این مدل اجزای مکانیسم تبخیر و تعرق در تهیه مدل وارد شده است می‌توان نام مدل مکانیسمی را بر آن نهاد.

۱- به طور مثال رگرسیون اعداد

2- Data
3- Kostiakov

۳-۳-۲- مدل‌های نیمه تجربی

مدل‌هایی که بین مدل‌های تجربی و مدل‌های مکانیسمی، قرار دارند مدل‌های نیمه تجربی نامیده می‌شوند.

مراجع

- بنایان، م.، ۱۳۸۱، ساخت و کاربرد مدل‌های شبیه سازی در کشاورزی، انتشارات دانشگاه فردوسی مشهد، چاپ اول.
- حیدری نژاد، ق.، ۱۳۷۶، مدل‌های فیزیکی و هیدرولیکی، انتشارات دانشگاه شهید چمران.
- طباطبائی، س.ح.، ۱۳۷۷، مدل ریاضی- مدیریتی سفره آب زیرزمینی دشت دامنه با تأکید بر جنبه تغذیه مصنوعی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد در رشته آبیاری و زهکشی، دانشگاه صنعتی اصفهان.
- نوری امامزاده، م. ر.، ۱۳۸۳، شبیه سازی اثرات تنفس آب و میزان نیتروژن بر فرآیند رشد و نمو گندم، رساله دکتری آبیاری و زهکشی دانشگاه شهید چمران اهواز.

- 5- France, J. and J. H. M. Thornley, 1984, mathematical model in agriculture, the quantities approach to problems in agriculture and related science, Butterworth, London.
- 6- McClymont, D. J. and R. J. Smith, 1995, INFILTv3.01, National Centre for Engineering in Agriculture, Toowoomba, Australia.
- 7- Strelkoff, T., 1990, SRFR: A computer program for simulating flow in surface irrigation furrow-basin and borders, WCL report #17, US water conservation laboratory, Phoenix, AZ.
- 8- Utah Stat University, 1989, SIRMOD, surface irrigation simulation software user's guide, Department of Agricultural and Irrigation Engineering, Utah Stat University, Logan, Utah.
- 9- www.bae.ncsu.edu/soil_water/drainmod/index.htm
- 10- www.ncea.org.au/Irrigation/INFILT/Project_INFILT.htm

کارگاه آموزشی مدلسازی در آبیاری و زهکشی

۱۴۰۲ آذر ماه ۱۴۸۱

ساختار مدل‌های ریاضی و کاربرد آنها در سیستم‌های آب زیرزمینی

مهرداد میرابزاده^۱، مهدی قبادی‌نیا^۲

چکیده

مدل توصیف یا قیاسی است که جهت درک بهتر پدیده‌هایی که امکان دیدن آنها وجود ندارد استفاده می‌شود. مدل فرآیند یا سیستمی است که فرآیند یا سیستم دیگری را نمایش می‌دهد بطوریکه می‌توان در زمانهای متناظر بین این دو ارتباطهایی دقیق و مشخص برقرار کرد. به عبارت دیگر یک مدل، خواص مکانی و زمانی یک سیستم یا بخشایی از آن را به صورت فیزیکی (واقعی) و یا ریاضی (انتزاعی) شبیه‌سازی می‌کند. هدف از مدل یافتن تصویر و بازنمودی است که به سادگی نمایانگر حقایق و پدیده‌ها باشد. مدل ریاضی توصیف کننده رفتار یک سیستم به زبان ریاضی می‌باشد. مدل‌های ریاضی دارای کاربردهای فراوانی بخصوص در علوم طبیعی و نظام مهندسی می‌باشند. در این مقاله ابتدا به بررسی ساختار مدل‌های ریاضی و تطبیق آنها با یک سیستم پرداخته می‌شود و سپس جهت آشنایی بیشتر به تهیه مدلی جهت سیستم آبهای زیرزمینی اشاره می‌گردد.

۱. مقدمه

امروزه اصطلاح مدل برای همگان مفهومی آشناست و کاربرد آن در علوم و فنون مختلف بسیار متداول است. عمومیت یافتن مدل در علوم و فنون بویژه در چند دهه اخیر از آنجا ناشی می‌شود که در علوم جدید و نگرش نوین علوم، هدف شناخت مطلق پدیده‌ها نیست بلکه هدف یافتن تصویر و بازنمودی است که به سادگی نمایانگر حقایق و پدیده‌ها باشد و مفهوم مدل به تنها یک نقطه نظر اساسی را در بر می‌گیرد. مفهوم مدل آنچنان تعمیم یافته است که برخی به این گمان رسیده‌اند، در علوم و فیزیک قوانین و اصول مطلق وجود ندارد و هرچه هست مدل است.

از نظر تاریخی روش مدل از زمانی مطرح بوده که انسان خواسته است سیستمهای حقیقی کم و بیش پیچیده را شناسایی و بررسی کند و یا با پیش‌بینی رفتار آنها به بهره‌برداری بهتر و بیشتر از آنها بپردازد. به همین جهت روش مدل در زمینه‌های مختلف فعالیتهای علمی مانند علوم طبیعی، علوم انسانی، علوم اقتصادی و غیره با هدف شناخت نسبی حقایق به کار گرفته شده و کاربرد آن در مدیریت بهره‌برداری از سیستمهای طبیعی و صنعتی توسعه یافته است.

۲. مفهوم مدل، هدف، روش و نظریه مدل‌ها

عبارت مدل به صورت مصطلح آن، بسته به مورد، با مفاهیم متفاوتی به کار برده می‌شود. در پاره‌ای موارد مدل به الگو یا نمونه‌ای اطلاق می‌گردد که تولید و یا ایجاد دوباره آن پیشنهاد و توصیه می‌شود و یا رد و نفی می‌گردد. در موارد دیگر مدل به مفهوم نمایش ایده‌آل یک پدیده حقیقی (مدل‌های ریاضی) و یا نمایش مادی یک پدیده توسط پدیده دیگر (مدل‌های فیزیکی) است که هدف آن روشن و نمایان ساختن عملکرد و رفتار یک پدیده حقیقی تحت شرایط معین داده شده می‌باشد.

عبارت مدل و عمومیت یافتن کاربرد آن در علوم و فنون مختلف بی‌تردید از اینجا ناشی می‌شود که این اصطلاح به تنهایی نقطه نظر علوم نوین و برداشت نوین علوم را در بر می‌گیرد. در حقیقت علوم جدید و نگرش جدید علوم، شناخت مطلق حقایق را هدف قرار نمی‌دهد، بلکه درصد یافتن صوری است که به آسانی و به طور نسبی نمایشگر حقایق باشد.

کلمه مدل از نظر لغوی و به معنی متدالوی آن، مفهوم نمایش و کاربرد آن را توaman در بر می‌گیرد. اما تعریف دقیق آن در نظریه مدل‌ها همان فلسفه بیان علوم است که هدف را نمایش حقایق و نه شناخت مطلق آن می‌داند. با این دیدگاه نظریه مدل بر پایه دو مجموعه بزرگ با طبیعتی متفاوت، شامل مجموعه «موضوع مدل» و مجموعه «مدل» بنا می‌گردد.

۱-۱. موضوع مدل

موضوع مدل بخشی از حقیقت است که مشخصات یک سیستم را دارا می‌باشد.

- وجودی با فردیتی بطور نسبی قابل شناخت و پاینده در زمان و مکان

- دارای ساختاری است که چگونگی عملکرد داخلی آن را روشن می‌سازد

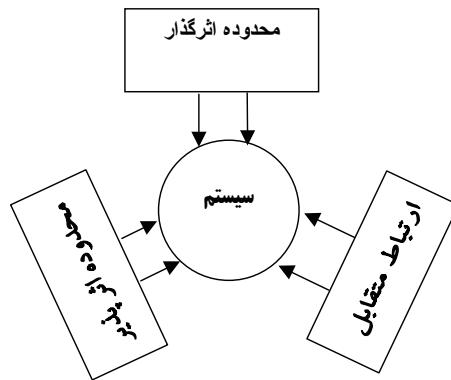
- دارای ارتباطی است دینامیک با محیط پیرامون خود که قابل مشاهده و اندازه‌گیری در زمان و مکان

می‌باشد. به این معنی که سیستم از محیط پیرامون خود با فرآیندهای معینی که ورودی‌های سیستم را

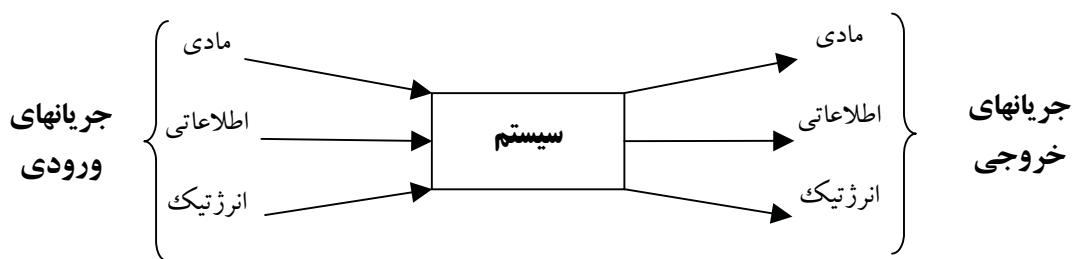
مشخص می‌کند، اثر می‌پذیرد (پیرامون اثرگذار). سیستم در داخل خود تغییراتی بصورتهای مختلف به

ورودیها تحمیل می‌کند که بستگی به ساختار و روابط بین عناصر تشکیل دهنده سیستم دارد (شکل ۱).

سیستم با فرآیندهای معینی به محیط پیرامون خود (پیرامون اثرباز) اثراتی باز می‌گرداند که خروجی‌ها (یا پاسخهای) سیستم نامیده می‌شود. ورودی‌ها و خروجی سیستم می‌توانند از نوع ماده، انرژی و یا اطلاعات باشد (شکل ۲).



شکل ۱. حدود سیستم



شکل ۲. ورودی و خروجی‌های سیستم

۲-۲. مدل

از تعریف «موضوع مدل» چنین استنباط می‌گردد که مفهوم «مدل» از مفهوم سیستم تفکیک‌ناپذیر است. در حقیقت یک مدل، یک سیستم معرف یا نمایشگر یک سیستم حقیقی «موضوع مدل» است از نظر تاریخی «روش مدل» از زمانی مطرح بوده است که انسان خواسته است به بررسی سیستم‌های حقیقی کم و بیش پیچیده، به منظور درک، شناخت و بهره‌برداری بهتر و بیشتر از آنها بپردازد. به همین جهت در ابتدا، روش مدل در زمینه‌های مختلف فعالیتهای علمی (علوم طبیعی، علوم انسانی، علوم اجتماعی و اقتصادی و ...) که هدف آنها شناخت نسبی حقایق است، به کار برده شده است، و سپس در عملکرد سیستم‌های مصنوعی تکنولوژی و مدیریت آنها که ضرورت اعمال یک سیستم فرمان و یا دخالت‌های انسانی را ایجاب می‌کند در آخرین حد خود توسعه یافته و مورد استفاده قرار گرفته است.

۳. کاربرد مدل در آشناسی

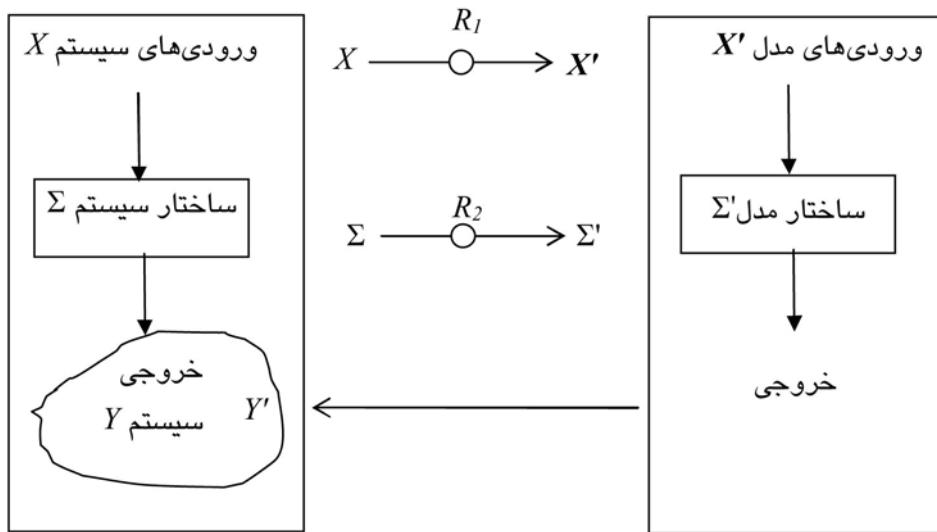
در علوم آشناسی به مفهوم وسیع خود، مربوط به تجزیه و تحلیل فرآیند گردش آب در طبیعت می‌گردد. مفهوم سیستم همیشه بطور ضمنی در تمام مطالعات به کار برده شده است. ولی کاربرد صریح و آگاهانه آن مربوط به زمانی می‌گردد که مفهوم «هیدروگرام واحد» در هیدرولوژی وارد گردیده است. ساختمان و تکمیل این مدل سالیان سال مورد توجه و نظر متخصصین آشناسی بوده و هنوز هم کم و بیش عده‌ای از متخصصین به آن می‌پردازنند. بدون شک این مدل سهم به سزاوی در شکل دادن و تثیت مفاهیم و اصطلاحات متداول در مدل‌های آشناسی داشته است، بطوریکه از دهه ۶۰ میلادی به این طرف در تمام تأثیفات هیدرولوژی، اصطلاحات و عبارتهای مشترکی برای مفاهیم اساسی به کار برده شده است. با وجود این روشهای ساختمان مدل تا سال ۱۹۶۴ میلادی عملًا محدود به وسائل محاسباتی سنتی و تکنیکهای قیاسی یا آنالوژی بوده است و پیشرفت‌های زیادی در زمینه ساختمانهای مدل‌های صورت پذیرفته است. از این تاریخ توسعه کاربرد کامپیوتر در زمینه‌های مختلف و عرضه کامپیوترهایی با سرعت و دقت عمل و با ظرافت حافظه زیاد از یک طرف و پیشرفت آنالیز عددی از طرف دیگر موجب توسعه کاربرد مدل‌های ریاضی و عددی در زمینه‌های مختلف آشناسی، بویژه در بررسی و شناخت، بهره‌برداری و مدیریت سیستم‌های آب سطحی و زیرزمینی گردیده است بطوریکه موضوع بسیاری از همایش‌های علمی و فنی، کنفرانسها، سمینارها و ... منحصراً به مدل‌های ریاضی تخصیص یافته است.

۴- ساختار عمومی یک مدل

گردش عملیات مدل از داده‌های ورودی آن شروع و به نتایج خروجی ختم می‌گردد. داده‌های ورودی مدل مشخصاتی از مدل است که از مشخصات موضوععش که به طور مستقیم قابل مشاهده و شناخت است نتیجه می‌گردد.

مدل از نقطه ورود داده‌ها، مسیر خود را طی زمان تعییب می‌کند تا جاییکه نتایج خروجی مرتبط با ورودی‌هایش را فراهم سازد. از نتایج خروجی مدل است که مشخصات نظیر همتای موضوععش استنباط می‌گردد و بدینگونه شناختی از عملکرد و رفتار کم و بیش ناشناخته موضوع از نتایج مدل حاصل می‌گردد. بدینگونه می‌توان یک مدل را چون یک سیستم نمایشگر یک سیستم حقیقی «موضوع مدل» تعریف کرد که بین ورودی‌ها، حالتها و خروجی‌های این دو سیستم سه نوع ارتباط برقرار می‌باشد.

در شکل ۳ جهت پیکانها بین موضوع و مدل جهت مقابله بین این دو را نشان می‌دهد. بدینگونه که به هر ورودی «موضوع»، X ، یک ورودی «مدل»، X' ، و به هر خروجی Y' مدل یک خروجی متناظر با Y موضوع نتیجه می‌گردد.



شکل ۲. ارتباط بین مدل و موضوع

بدیهی است که مدل نمی‌تواند تمام خصوصیات واقعی موضوع را نمایش دهد زیرا در اینصورت مدل باید از هر نقطه نظر با موضوع خود یکسان باشد که در اینصورت دیگر نمی‌تواند مدلی از موضوع باشد بلکه خود همان موضوع است.

بنابراین وقتی مدلی از یک موضوع مد نظر است باید خصوصیاتی از موضوع که باید و می‌تواند در مدل نمایش داده شود، مشخص گردد. انتخاب این خصوصیات دلخواه نیست هر چند که بسته به مورد می‌تواند بصورتهای مختلف و با ترکیب‌های متفاوت انجام پذیرد.

انتخاب پاره‌ای از خصوصیات در بین خصوصیات بی‌شمار موضوع برای نمایش «مدل» تجربیدی بودن مدل را روش‌نمی‌سازد، بطوریکه هیچ مدلی نمی‌تواند نمایشگر تمامیت موضوع خود باشد. در نتیجه وجود خطأ و تقریب جزء جدانایپذیر مدل است. در انتخاب مشخصاتی از موضوع که باید در مدل به کار برد و نمایش داده شود قبل از هر چیز لازم است کاربرد عملی نتایج مدل مد نظر قرار گیرد. حتی در تحقیقات پایه نیز هدف آن شناخت واقعیت پدیده‌ها می‌باشد جنبه کاربرد عملی نتایج تحقیقات به این صورت ظاهر می‌شود که نتیجه هر تحقیق در تحقیقات بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ویژگی کاربرد عملی نتایج مدل، مشخصاتی از موضوع را که باید در مدل نمایش داده شود روش نمی‌سازد. این مشخصات طوری انتخاب می‌گردند که نتایج ناشی از عملکرد مدل در تصمیم‌گیری عملی روی موضوع موثر و تعیین کننده باشد.

آنچه در مدل دارای اهمیت اساسی است نتایج کاربردی و عملی است که فراهم نمی‌سازد و نتایج نظری که به برقراری قوانین و روابط عمومی علوم منجر می‌شود. به عبارت دیگر هدف اصلی روش مدل پرده برداشتن از روی حقایق به منظور توصیف و طبقه‌بندی بهتر و شناخت آنها نمی‌باشد بلکه رفتار یک «موضوع» حقیقی و نمایش هرچه بهتر و دقیق‌تر آن را مد نظر قرار می‌دهد بدون اینکه خود را محدود به بررسی قوانینی کند که امکان شناخت بهتر واقعیات و حقایق را ممکن نمی‌سازد.

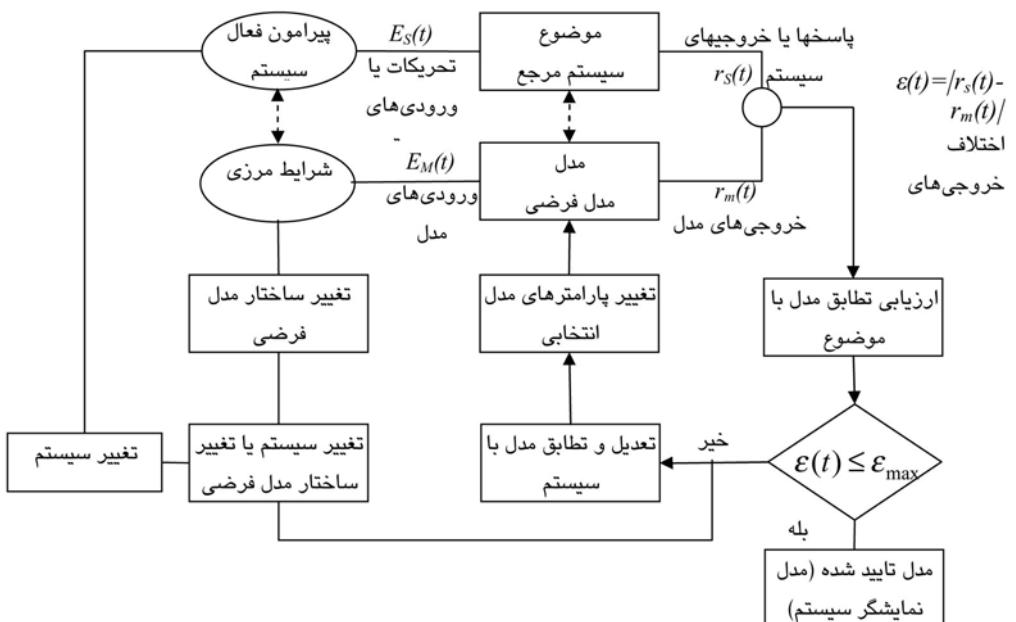
۵. مدل ریاضی

مدل ریاضی توصیف کننده رفتار یک سیستم به زبان ریاضی است یا فرآیند ایجاد نمایش ریاضی پدیده‌ها برای فهم بهتر پدیده‌ها است. مدل‌های ریاضی به موازات سایر روش‌های کلاسیک (مدل‌های تشابه الکترونیکی)، این امکان را می‌دهند که با استفاده از مجموعه داده‌ها و اطلاعات مختلفی که در روی زمین اندازه‌گیری و جمع‌آوری می‌شود شما می‌توانید مورد بررسی را بدست آورید که تا حد امکان نمایشگر محیط طبیعی باشد. عملیات مربوط به تهیه و تنظیم و تطابق مدل منجر به تعیین یک شما ریاضی نمایشگر سیستم می‌گردد. مدل‌های ریاضی را می‌توان در گروه‌های زیر طبقه‌بندی نمود

- مدل‌های خطی و غیر خطی
- مدل‌های قطعی و احتمالی
- مدل‌های ایستا و پویا
- پارامترهای توده‌ای و توزیعی

۶. اساس تهیه یک مدل ریاضی نمایشگر یک سیستم حقیقی

برای تفهیم و تصریح دو مفهوم «موضوع» و «مدل» نحوه عملکرد و رفتار هر یک از این دو سیستم در کاربرد روش مدل مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم. در شکل ۴ اساس ساختمان یک مدل ریاضی نمایشگر یک سیستم «موضوع مدل» را نشان می‌دهد.



شکل ۴. اساس ساختمان یک مدل ریاضی

اساس روش مدل می‌تواند مبتنی بر مقایسه بین خروجی‌های مدل، Y' ، و خروجی‌های موضوع، Y ، تحت شرایط ورودی‌های یکسان و معادل می‌باشد. بدیهی است که هدف تصریح و روشن ساختار مدل و تطابق آن با ساختار «موضوع» با بست آوردن جوابهایی حدوداً یکسان و یا حداقل با اختلاف قابل قبول (مثلًا کوچکتر در یک اختلاف ماکزیمم ϵ_{max}) حاصل می‌گردد. این عمل تطابق یا واسنجی مدل با «موضوع» قدم به قدم با تغییر در پارامترهای مدل، در یک دامنه تغییرات قابل قبول، از یک طرف و با انتخاب سیستم‌های مرجع و احياناً تغییر در ساختار مدل فرضی اولیه، انجام می‌پذیرد. بدیهی است که نتایج حاصل از مقایسه خروجی‌ها در هر قدم بصورت عمومی می‌تواند راهنمای اعمال تغییرات در قدم بعدی باشد. این طرز عمل مبتنی بر یک روند حلقوی و اصلاح و تعديل قدم به قدم می‌باشد. با طرز عمل در روش تجربی کلاسیک قابل مقایسه است.

۷. مقایسه روش مدل با روش تجربی

در شکل ۵ تشابه بین مراحل مختلف دو روش مدل و تجربی ارائه گردیده است.



شکل ۵. مقایسه روش مدل و روش تجربی

با وجود روند مشابه عملیات در دو روش، اختلاف اساسی آنها نحوه نگرش به موضوع مورد بررسی است. روش مدل دیدگاه جدیدی را مطرح می‌کند که امکان دسترسی عملی به شناخت و حل مسائل مربوط به سیستم‌های پیچیده را بدست می‌دهد. در روش تجربی، در وله اول، هدف تجزیه و تحلیل یک واقعیت به منظور شناخت و روشن ساختن طبیعت و ساختار دقیق این واقعیت است، هدفی که هنوز هم هدف اصلی علوم را تشکیل می‌دهد و در مرحله دوم هدف روش تجربی متمایز و جدا کردن پدیده‌های اصلی است که می‌توانند هر چه عمومی‌تر و کلی‌تر بصورت قوانین و روابط ریاضی بیان گردند. اما از دیدگاه روش مدل قبل از هر چیز شناخت رفتار یک موضوع، یک سیستم، یک واقعیت و نمایش هر چه درست‌تر آن مورد نظر است. بدون اینکه خود را مقید به بررسی و شناخت ساختارها و قوانین اصلی نماید که امکان شناخت بهتر

واقعیت را ممکن می‌سازد بدینگونه هدف اصلی مدل پرده برداشتن از روی حقایق به منظور توصیف و طبقه‌بندی بهتر آنها نمی‌باشد بلکه واقعیت‌ها را نظیر سیستم‌هایی در نظر می‌گیرد که در مقابل پاره‌ای محركها، بویژه محركهایی که به آسانی و با شدت رفتار سیستم را تحت تأثیر قرار می‌دهند، بتواند پاسخ‌هایی مشخص را بروز دهد. پیچیدگی یک «موضوع» در روش مدل مربوط به پیچیدگی ساختار آن است که باید با انجام آزمایشها و تجزیه و تحلیل نتایج آن شناخته شود. بدینگونه کاربرد روش مدل در مورد سیستم‌هایی با ساختار و آناتومی پیچیده ولی با رفتاری ساده بسیار جالب و موثر است. سیستم‌های کم و بیش پیچیده‌ای که دارای رفتار ساده «خطی» می‌باشند که می‌توان برای نمایش و معرفی آنها از مدل‌های ساده «خطی» استفاده کرد. به عنوان مثال در سیستم‌های هیدرولوژی در موارد زیادی مشاهده می‌شود که بین عوامل و محركهای هواشناسی مانند باران، درجه حرارت و پاره‌ای از پاسخ‌های سیستم مانند بده جریان یک رابطه کم و بیش خطی وجود دارد در حالیکه ساختار حوزه آبریز و سیستم مرتبط به آن که منجر به رفتار آن می‌گردد بسیار پیچیده است. برای مهندسین که عموماً شناخت رفتار یک سیستم، برای دستیابی به پاره‌ای از نتایج عملی و کاربردی، بیشتر مورد توجه است، روش مدل می‌تواند بطور موثر مورد استفاده قرار گیرد.

روش مدل می‌تواند بطور موثر مورد استفاده قرار گیرد و در بسیار از موارد روش مدل تنها روشی است که دستیابی به حل یک مسئله مهندسی با ساختاری پیچیده را، هر چند با دقتی نسبی، امکان پذیر می‌سازد. با وجود این ویژگی‌های روش مدل، نباید پوشیده داشت که این روش بدون انکا بر نتایج بدست آمده از روش‌های تجربی کلاسیک نمی‌تواند عملی باشد در واقع، علوم فیزیک یک مجموع قوانین پایه و اساسی را بدست می‌دهند که بر مبنای آنها مدل‌های مختلف فیزیکی و یا ریاضی ساخته می‌شود، بدیهی است که کلید این قوانین با استفاده از روش‌های تجربی بدست آمده‌اند، این چنین است که دست‌آوردهای علوم طبیعی که توصیف و تعریف «موضوع» را بصورتی کم و بیش دقیق امکان‌پذیر می‌سازد، علاوه بر این داده‌ها و اطلاعات مربوط به سیستم‌های طبیعی که از طریق آزمایش و اندازه‌گیری بدست می‌آیند امکان انتخاب پارامترهای ساختاری برای تهیه مدل اولیه (مدل مفهومی) و سپس دستکاری تغییر دادن این پارامترها، جهت واسنجی و تطابق مدل با «موضوع» را بدست می‌دهد.

۸. ضرورت، امکانات و محدودیت‌های کاربرد مدل‌های ریاضی

پیشرفت و توسعه کاربرد مدل‌های ریاضی شدیداً مرتبط به پیشرفت تکنولوژی است. از یک طرف تکنولوژی انسان را به سمت سیستم‌های پیچیده و ایجاد این سیستم‌ها سوق داده است و براساس همین مسئله بوده است که مبانی علم آنالیز سیستم‌ها و به دنبال آن نظریه مدل‌ها پی‌ریزی شده است. از طرف دیگر ساخت کامپیوترهایی با سرعت، دقت و ظرافت حافظه زیاد این امکان را داده است که بتوان سیستم‌های طبیعی یا مصنوعی پیچیده‌ای را با دخالت دادن پارامترها و متغیرهای متعدد و متفاوت توسط مدل‌های ریاضی و عددی نمایش و مورد بررسی و استفاده عملی قرار داد. با وجود این اصطلاحات،

مفاهیم و نحوه انجام عملیات در روش مدل نمی‌تواند به معنی تغییر اساسی در اصول تلقی شود و روش مدل همان محدودیت‌هایی نظری روش‌های تجربی و آزمایشگاهی را به ویژه از نقطه نظرهای زیر دارا می‌باشد

۱-۸. اختلاف اصولی و اساسی بین واقعیت‌ها و نمایش ریاضی آنها

یک مدل نمی‌تواند همان «موضوع» باشد. در حقیقت یک مدل بخشی از یک حقیقت یا واقعیت که توسط رفتار معینی، مشخص می‌گردد و نمایش داده می‌شود. به عبارت دیگر نمی‌توان یک مدل «مطلق» از یک سیستم حقیقی را در اختیار داشت. در واقع بین مدل و موضوع که دو وجود یا دو سیستم متمایز و مختلف می‌باشند تنها تشابهی در رفتار آنها وجود دارد. بعلاوه داده‌ها و اطلاعات گردآوری شده، مربوط به ساختار و عملکرد موضوع که ساختمان مدل بر پایه آن انجام می‌پذیرد هرگز نمی‌تواند جامع و دقیق باشد. در حقیقت خطاها مختلف اندازه‌گیریها، اثرات ناشی از وجود بعضی حرکت‌های ناخواسته و گاه پوشیده از نظر آزمایش کننده، موجب ناخالصی و وجود خطاها می‌کند و بیش عمده و اجتناب ناپذیر در مجموعه داده‌ها و اطلاعات جمع آوری شده می‌گردد.

۲-۸. نسبت قوانین فیزیکی و محدودیت حوزه اعتبار مدل

هر قانون فیزیکی عموماً در محدوده‌های معینی، تعریف شده و متغیر می‌باشد که حوزه اعتبار آن قانون نامیده می‌شود. برای مدل‌هایی که بر اساس این قوانین ساخته می‌شود، حوزه اعتبار هر مدل از اشتراک حوزه‌های اعتبار قوانینی که در مدل به کار گرفته شده است، نتیجه و به آن محدود می‌گردد این حوزه اعتبار که محدوده کاربرد مدل را معین می‌کند، می‌تواند بدلیل فرضیات ساده کننده‌ای که بطور اختیاری و یا بنا به ضرورت در نظر گرفته می‌شود، باز هم محدودتر گردد.

۹. گامهای بسط مدل و شناخت آن

به طور خلاصه برای مدل کردن یک پدیده باید مراحل زیر را پیمود:

۱- شناخت مساله

۲- بسط مفهومی

۳- جدا کردن مساله به اجزای اساسی

- چه فرآیندهایی را شامل می‌شود؟

- چه رابطه تجربی را شامل می‌شود؟

۴- فرموله کردن مدل و بسط معادلات

۵- کالیبره کردن مدل: حل فرمول‌ها و روابط با استفاده از دستگاه داده‌ها

۶- تصحیح و بازبینی مدل با واقعیت

۷- ارزیابی نتایج

- رد مدل
- تأیید مدل
- اصلاح مدل بر پایه بینش جدید

۱۰- تهیه کاربرد مدل‌های ریاضی در سیستمهای آب زیرزمینی

در سالهای اخیر با توسعه و پیشرفت در ساخت کامپیوترها با ظرفیت، حافظه و سرعت عمل زیاد همراه با پیشرفت آنالیز و محاسبات عددی و ریاضیات کاربردی این امکان را بوجود آمده است، محاسباتی که به دلیل حجم زیاد و یا ضرورت تکرار محاسبات غیر ممکن بود، انجام پذیر گردد و بدینگونه کاربرد مدل‌های ریاضی در شناخت و بررسی پدیده‌های مختلف و حل مسایل پیچیده مهندسی از جمله مسایل مربوط به جریانهای زیرزمینی (آب-نفت-گاز) متداول و توسعه یابد.

مدل ریاضی سیستمهای آب زیرزمینی در حقیقت یک ابزار محاسباتی قوی است که امکان می‌دهد تحول کمی و کیفی یک سیستم آب زیرزمینی را تحت شرایط مختلف بهره‌برداری و تغییرات در شرایط مرزی پیش‌بینی و مورد ارزیابی قرار دارد. در اینجا پس از بیان ساختار مدل‌های ریاضی سفره‌های آب زیرزمینی، دامنه کاربرد آن در حل مسایل مختلف و مراحل تهیه و تنظیم و تطابق مدل با موضوع (واسنجی) مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱۰-۱. سیستم آب زیرزمینی

یک سیستم آب زیرزمینی فضایی است متخال (یا درز و شکافدار)، اشباع از آب که هر نوع حرکت و جریان آب و املاح در آن را می‌توان مستقل از شرایطی در نظر گرفت که در خارج از مرزهای آن وجود دارد. با این تعریف تبادل جریان بین سیستم آب زیرزمینی با سیستمهای مجاور و مرتبط با آن توسط شرایط هیدرولیکی حاکم در روی مرزهایی که سیستم را از محیط‌های پیرامون خود جدا می‌کند، مشخص و دخالت داده می‌شود. بدینگونه (سفره آزاد یا تحت فشار) یک سیستم آب زیرزمینی با مشخصه‌های زیر تعریف می‌شود.

- ۱- شکل هندسی (گسترش آبخوان در سطح و در عمق)
- ۲- ضرایب هیدرودینامیک (ضریب ذخیره S و ضریب قابلیت انتقال T)
- ۳- شرایط مرزی
- ۴- شرایط تغذیه و برداشت

۱۰-۲. حدود سیستم آب زیرزمینی

حدود یک سیستم آب زیرزمینی توسط شرایط هیدرولیکی آن مشخص می‌شود. با دخالت دادن شرایط هیدرولیکی است که می‌توان جریان در داخل آن را مورد بررسی قرار داد و ارتباط سیستم آب زیرزمینی را با محیط پیرامون خود برقرار ساخت. حدود سیستمهای آب زیرزمینی شامل سطوح فوقانی و تحتانی و سطح جانبی است که معمولاً آن را نظیر خطی در نظر می‌گیرند که مرز سیستم را مشخص می‌کند. سطح فوقانی در یک سفره آزاد، همان سطح آزاد آب است که نسبت به زمان متغیر است. برداشت آب، تغذیه، تبخیر از این سطح انجام می‌شود و از این طریق سیستم با محیط پیرامون خود یعنی اتمسفر و آبهای سطحی در ارتباط است. در سفره‌های تحت فشار سطح فوقانی یک سطح غیر قابل نفوذ یا نیمه نفوذپذیر است و در حالت نیمه نفوذپذیر بودن تبادل آب بین سیستم مجبور و سیستمی که بر روی آن قرار گرفته (عموماً یک سفره آزاد) برقرار خواهد بود. سطح تحتانی یک سیستم آب زیرزمینی نیز می‌تواند سطح غیرقابل نفوذ یا نیمه نفوذپذیر باشد.

۱۰-۳. قوانین حاکم بر سیستمهای آب زیرزمینی

جریان آب در داخل یک سیستم آب زیرزمینی، از معادله اساسی هیدرودینامیک محیط‌های متخلخل تعیین می‌کند و از ترکیب معادله پیوستگی و معادله تعیینی دارسی نتیجه می‌شود.

الف) قانون تعیینی دارسی

معادله تعیینی دارسی که بیانگر اصل بقاء انرژی است به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$V = -K \operatorname{grad} h \quad (1)$$

که در آن، V بردار سرعت، h پتانسیل هیدرودینامیک، K تانسور سرعت نفوذ دارسی یا آبگذری می‌باشد.

ب) قانون پیوستگی جریان

معادله پیوستگی اصل بقا جرم را بیان می‌کند که در سیستمهای آب زیرزمینی می‌توان آن را به صورت زیر نوشت:

$$dV(eV) = -S \frac{\partial h}{\partial t} - q \quad (2)$$

که در آن، e ضخامت لایه آبده، S ضریب ذخیره، q بدء تغذیه ($q > 0$) یا برداشت ($q < 0$) از واحد حجم محیط متخلخل

۱۰-۴. حل عددی معادلات جریان و انتشار املاح

استفاده از مدارهای ریاضی در بررسی جریان آب زیرزمینی با شرایط مرزی و شرایط اولیه معلوم منجر به حل عددی معادلات مشتقات نسبی جریان در سیستمهای آب زیرزمینی می‌شود که در نتیجه اندازه پتانسیل هیدرودینامیک و یا ارتفاع پیزومتری h در داخل سیستم آب زیرزمینی بدست می‌آید. معادله اساسی جریان در یک جریان دو بعدی در صورتیکه محورهای مختصات موازی با محورهای اصلی تانسور T (ضریب قابلیت انتقال) در نظر گرفته شوند به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + q \quad (3)$$

که در آن q جمع جبری بدهای تغذیه و برداشت و S ضریب ذخیره است. در مدل انتقال پخشیدگی املاح حل همزمان معادله اساسی جریان با معادله انتقال پخشیدگی ضرورت پیدا می‌کند که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial(Ce)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(e D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (ec V_i) - \frac{1}{n_e} C^* q \quad (4)$$

C^* غلظت متوسط بدهای تغذیه و تخلیه، n_e تخلخل موثر، D_{ij} مولفهای تانسور پخشیدگی، V_i سرعت حقیقی، C غلظت شیمیایی املاح، e ضخامت لایه می‌باشد.

در مدل‌های ریاضی سیستمهای آب زیرزمینی برای حل عددی معادلات مشتقات جزئی روش‌های گوناگونی به کار گرفته می‌شود که متداول‌ترین آنها روش تقاضلهای محدود و روش اجزاء محدود است. در این روشها حوزه مورد بررسی به اجزاء کوچک شبکه‌بندی و معادله جریان در هر جزء توسط یک معادله خطی جانشین می‌شود. اگر N تعداد خانه‌های شبکه‌بندی باشد یک دستگاه معادلات خطی شامل N معادله با N مجهول بدست می‌آید. که حل آن اندازه پتانسیل هیدرودینامیک h و اندازه غلظت C (در مدل‌های کیفی) را در N نقطه از سیستم مورد بررسی بدست می‌دهد.

۱۰-۵. مراحل مختلف تهیه مدل ریاضی سیستمهای آب زیرزمینی

تهیه یک مدل ریاضی شامل مراحل زیر است:

- ۱- شناخت و تعیین مشخصات سیستم مورد بررسی
- ۲- واسنجی یا همانندسازی مدل با سیستم مرجع
- ۳- تأیید درستی عملکرد مدل
- ۴- بهره‌برداری از مدل

در این طرح کلی هرچند مراحل مختلف بطور متواالی دنبال یکدیگر قرار دارند ولی عملیات مختلف در تهیه مدل، در مسیرهای حلقوی و با یک روند تکرارهای پی در پی انجام می‌گیرد و این یکی از مشخصه‌های روش مدل است.

مرحله اول – شناخت و تعیین مشخصات سیستم مورد بررسی

این مرحله شامل تجزیه و تحلیل داده‌ها و اطلاعات، توصیف و تشریح سیستم آب زیرزمینی است و به منظور دستیابی به یک مدل مفهومی و مناسب از سیستم انجام می‌شود. در این مرحله حدود، اصول و فرضیات قابل قبول که می‌توانند در آزمونهای مختلف در مرحله واسنجی مورد استفاده قرار گیرند، تعیین می‌گردد. بدیهی است، پذیرش این اصول و فرضیات و احیاناً تجدیدنظر در آنها از تجزیه و تحلیل آزمونهای مختلف در مرحله واسنجی مدل حاصل می‌شود. شایان ذکر است شناخت هرچه بیشتر و بهتر سیستم آب زیرزمینی سبب می‌شود فرضیات و اصولی مد نظر قرار گیرند که با فرآیند حاکم بر سیستم تطابق بیشتری دارند و در نتیجه مرحله واسنجی مدل با سهولت بیشتری انجام خواهد گرفت. بطور خلاصه این مرحله در نهایت منجر به تهیه یک مدل مفهومی از سیستم آب زیرزمینی و انتخاب یک یا چند سیستم مرجع می‌شود که در مرحله واسنجی و همانندسازی برای دستیابی به یک مدل ریاضی نمایانگر سیستم آب زیرزمینی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

مرحله دوم – واسنجی یا همانندسازی مدل با سیستم مرجع

در این مرحله بر اساس سیستم مرجع انتخابی اندازه‌های متناظر با متغیرها و پارامترهای ساختاری تعیین شده در مرحله قبل تهیه شده و به عنوان داده‌های ورودی به مدل ریاضی که در برگیرنده روابط حاکم بر عملکرد سیستم است، داده می‌شود. سپس تلاش می‌شود با تغییر در پارامترهای سیستم و احیاناً در فرضیات و داده‌های مربوط به شرایط مرزی، اختلاف بین جوابهای محاسباتی مدل و اطلاعات مشاهده شده سیستم مرجع به حداقل ممکن و حد قابل قبول برسد.

بطوریکه ملاحظه می‌شود انجام این مرحله ایجاب می‌کند مجموعه اطلاعات مشاهده برای متغیرها و پارامترهای ساختاری با دقت کافی موجود باشد همچنین لازم است رفتارهای سیستم آب زیرزمینی به عنوان رفتارهای مرجع بخوبی شناسایی شده تا در همانندسازی مدل مورد استفاده قرار گیرند. انتخاب رفتار مرجع مسئله‌ای بسیار حساس و دقیق است و حتی با وجود دستیابی به سیستم‌های مرجع شناخته شده همانندسازی یا واسنجی دقیق‌ترین و حساس‌ترین مرحله در کاربرد روش مدل است.

مرحله سوم - تأیید درستی عملکرد مدل

برای تکمیل مراحل قبلی و به منظور دسترسی به مدل نمایشگر سیستم آب زیرزمینی ضروری است، رفتار مدل برای سیستمهای مرجع دیگر که از تجزیه و تحلیل اطلاعات سیستم آب زیرزمینی بدست آمده است مورد آزمون و وارسی قرار گیرد. وارسی مدل به منظور اطمینان از تطابق کافی مدل با سیستم آب زیرزمینی است چرا که واسنجی و عملیات همانندسازی تنها در مورد یک سیستم مرجع انجام گرفته است

بنابراین نتایج حاصل بطور نسبی قابل قبول است در حالیکه مدل نمایشگر سیستم باید برای حالت‌های مختلف، و سیستمهای مرجع متفاوت تطابق لازم را داشته باشد در صورت عدم تطابق مدل با سایر سیستمهای مرجع هر چند واسنجی ظاهرًا قابل قبول باشد لازم است با برگشت به مرحله تشریح و توصیف سیستم آب زیرزمینی و احیاناً تهیه داده‌های تکمیلی، عملیات را ادامه داد.

مرحله چهارم- بهره‌برداری مدل

پس از تهیه مدل شناخت، یعنی یک مدل نمایشگر سیستم آب زیرزمینی مورد نظر، مرحله نهایی که بهره‌برداری از مدل است فرا می‌رسد، که هدف اصلی مدل است و سودمندی آن را آشکار می‌سازد. در این مرحله بر اساس شرایط و فرضیاتی که برای آینده در نظر گرفته می‌شود داده‌های ورودی مدل تنظیم می‌گردند. پس از اجرای مدل نمایشگر سیستم اطلاعات خروجی که معرف رفتار آتی سیستم آب زیرزمینی است مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. بنابراین می‌توان برای حالت‌های مختلف بهره‌برداری و فرضیات مختلف رفتار سیستم را در زمان و مکان مورد بررسی و ارزیابی قرار داد و در نهایت به مناسب‌ترین برنامه‌ریزی بهره‌برداری از سیستم با توجه به اهداف مورد نظر دست پیدا کرد.

۱۰- کیفیت مدل

لازم است کیفیت مدل با مفاهیمی ارزیابی شود که بتوان آنها را بصورت کمی تعریف کرد چنین کمیت‌هایی نشان می‌دهد، تا چه اندازه توانسته‌ایم در مرحله واسنجی مدلی بسازیم که همانند سیستم مرجع باشد. در زیر تعدادی از این پارامترها که بیشتر مبتنی بر انحراف بین خروجی‌های مدل و اطلاعات مشاهده‌ای سیستم مرجع است ارائه گردیده است.

حداکثر خطأ (Maximum error):

$$ME = \max \left\{ P_i - O_i \right\}_{i=1}^n \quad (5)$$

ضریب باقیمانده جرم (Coefficient of residual mass):

$$CRM = \frac{\sum_{i=1}^n O_i - \sum_{i=1}^n P_i}{\sum_{i=1}^n O_i} \quad (6)$$

مجذور میانگین مربعات خطأ یا انحراف معیار (Root mean square error):

$$RMSE = \sqrt{\left[\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}{n} \right]} \left[\frac{100}{O} \right] \quad (7)$$

ضریب تعیین (Coefficient of determination)

$$CD = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{O})^2} \quad (8)$$

کارایی مدل (Modeling efficiency)

$$EF = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2 - \sum_{i=1}^n (P_i - \bar{O})^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (9)$$

در روابط فوق:

O مقدار مشاهده شده، \bar{O} مقدار میانگین مشاهدات، P مقدار پیش‌بینی شده، n تعداد مقادیر می‌باشد. بهترین پیش‌بینی‌ها زمانی رخ می‌دهد که CRM و $RMSE$ و ME به صفر میل کند و CD و EF به یک میل کند.

۷-۱۰. حساسیت مدل

وقتی با یک تحریک معلوم، اندازه و توزیع هر یک از پارامترهای ساختاری سیستم را در روی مدل تغییر دهیم انتظار می‌رود، جواب مدل تغییر کند. درجه و شدت این تغییرات حساسیت سیستم را نسبت به پارامتر مورد نظر مشخص می‌کند. حساسیت مدل به آسانی در دسترس است و می‌تواند بصورت ریاضی توسط توابع حساسیت مشخص شود. این توابع میان اثر تغییر یک پارامتر در روی جواب مدل است. نظریه توابع حساسیت در زمینه سیستم‌های فرمان خودکار توسعه و پیشرفت زیادی داشته است در مورد مدل‌های سیستم‌های آب زیرزمینی ضروری است این نظریه بسط تعمیق یابد با وجود این، فرآیند همانندسازی با روش آزمون و خطا بطور ضمنی برآورد خوبی از حساسیت پارامترهای مختلف را بدست می‌دهد و این خود یک نتیجه مهم از این مرحله مطالعاتی ساختمان مدل است.

۱۱. نتیجه‌گیری

مراحل مختلف، تجزیه و تحلیل داده‌ها، واسنجی و تأیید درستی عملکرد مدل منجر به نمایش سیستم آب زیرزمینی بصورت یک سیستم منسجم و بطورنسبی همانند سیستم طبیعی می‌شود که آن را مدل شناخت می‌نماید. نتایج حاصل از این مدل می‌تواند طرحهای مطالعاتی را که برای شناخت بهتر و بیشتر سیستم آب زیرزمینی برنامه‌ریزی می‌شود، در جهت مناسب و مطلوب هدایت کند.

در حقیقت مدل شناخت نه تنها کمبود اطلاعات و داده‌های سیستم یعنی پارامترهای ساختاری و متغیرها را مشخص می‌کند، بلکه اهمیت نسبی هر یک از آنها در نمایش رفتار سیستم را روشن می‌سازد. مدل پس از مرحله واسنجی امكان پیش‌بینی تحول سیستم در زمان و مکان را میسر می‌سازد. از این دیدگاه مدل یک خط ارتباطی بین عالم و مهندس که اشتغال فکر او حل مسائل عملی است، برقرار می‌سازد که عموماً با پیش‌بینی تحول سیستم تحت شرایط مختلف میسر می‌گردد. امكان پیش‌بینی تحول یک سیستم با استفاده از روش مدل راهیابی به حل پاره‌ای از مسائل کم و بیش پیچیده را ممکن ساخته است که با روش‌های کلاسیک علوم تجربی کمتر قابل دسترسی می‌باشد.

در خاتمه بیان چند نکته ضروری است، به کارگیری روش مدل پیچیده و داراری جنبه‌های مختلفی است. از یک طرف در مرحله تعیین مشخصات سیستم و واسنجی مدل یک نوع مکافشه یا به عبارت دیگر یک نوع استدلال تجربی نه چندان علمی ضرورت پیدا می‌کند که بستگی به تجربیات و دانش سازنده مدل دارد در صورتیکه این استدلال بدرستی انجام نگیرد می‌تواند در مرحله بهره‌برداری از مدل به نتیجه‌گیری اشتباه منجر گردد. از طرف دیگر روش مدل ایجاب می‌کند فیزیک پدیده مورد بررسی به خوبی شناخته شده باشد هر چند که به طور مستقیم مورد استفاده قرار نگیرد.

بالاخره آنچه که در مدل اهمیت اساسی دارد نتایج کاربردی و عملی آن است به عبارت دیگر هدف اصلی مدل پرده‌برداری از روی حقایق به منشور توصیف و طبقه‌بندی بهتر و شناخت بیشتر آنها نیست، بلکه آنچه مهم است رفتار یک سیستم حقیقی و نمایش هرچه درست‌تر آن است.

بنابراین رجوع به مدل یک نوع میان‌بر زدن بدون شناخت و معرفت یک سیستم طبیعی است که به منظور دستیابی آسان به نتایج عملی و کاربردی صورت می‌گیرد. این سهولت دسترسی به نتایج عملی و کاربردی حاصل نمی‌گردد مگر با پذیرش پاره‌ای از خطاهای و تقریبها که جزء جاناپذیر مدل است.

منابع

- ۱- میرابزاده، م. سیستم‌ها و مدل‌ها. جزوه کلاسی
- ۲- میرابزاده، م. مدل‌های ریاضی آب زیرزمینی. جزوه درسی

- 3- Kovarik, K. 2000. "Numerical models in groundwater pollution". Springer Pub.
- 4- Spitz, K., Moreno, J. 1996. "A Practical Guide to Groundwater and Solute Transport Modeling". Wiley Pub.
- 5- Zheng, Ch., Bennett, G.D. 2002. "Applied Contaminant Transport Modeling", 2nd Edition". Wiley Pub.
- 6- Wikipedia Site. "Mathematical model". <http://en.wikipedia.org>
- 7- <http://www.introducingmathematics.com/mathematicalmodelling/01.html>, "Mathematical Modeling"

کارگاه آموزشی مدلسازی در آبیاری و زهکشی

۱۴۰۲ آذر ماه ۱۴۸۱

مقدمه‌ای بر روش‌های عددی حل معادلات دیفرانسیل

افشین اشرف‌زاده^۱

مقدمه

بررسی قوانین فیزیکی حاکم بر بسیاری از مسایل عملی مهندسی به معادلاتی ریاضی منتهی می‌شود که قادرند رفتار یک فرآیند طبیعی را شبیه‌سازی کنند. این معادلات در بیشتر موارد معادلاتی دیفرانسیل می‌باشند که از آنها تحت عنوان معادلات حاکم^۱ نیز نام برده می‌شود. حل تحلیلی^۲ معادلات حاکم یا بسیار دشوار و تنها در شرایطی خاص امکان پذیر است و یا اینکه اصولاً این معادلات دارای حل تحلیلی نیستند. در سال‌های اخیر با پیشرفت رایانه‌ها و امکان انجام محاسبات بسیار زیاد در مدت زمان‌های بسیار کوتاه، حل عددی^۳ معادلات دیفرانسیل حاکم بر پدیده‌های طبیعی با اقبال زیادی مواجه شده است. با وجودی که بررسی مبانی نظری روش‌های عددی حل معادلات جبری یا دیفرانسیل دارای سابقه‌ای طولانی است، اما به عمل در آوردن این روش‌ها به دلیل حجم بسیار بالای محاسبات، مستلزم استفاده از ماشین‌های محاسب دارای سرعت‌های بالا می‌باشد. حل عددی معادلات دیفرانسیل پیوسته مستلزم انجام مراحل زیر است:

- ۱- تعریف میدان حل و انتخاب شبکه مناسب
- ۲- تعیین شرایط اولیه و مرزی
- ۳- منفصل کردن^۴ معادلات دیفرانسیل پیوسته
- ۴- تشکیل دستگاه معادلات جبری
- ۵- حل دستگاه معادلات جبری تشکیل شده

۱- استادیار گروه مهندسی آب دانشگاه گیلان

2. governing equations
3. analytical solution
4. numerical solution
5. discretization equations

معادلات منفصل را می‌توان به روش‌های گوناگون به دست آورد که در اینجا به دو روش تفاضل‌های محدود^۱ و حجم‌های محدود^۲ اشاره می‌شود.

روش تفاضل‌های محدود برای منفصل کردن معادلات دیفرانسیل پیوسته

روش تفاضل‌های محدود مبتنی بر به دست آوردن یک چند جمله‌ای از درجه n است که از $n+1$ نقطه منفصل $[x_i, f_i]$ عبور می‌کند. این چندجمله‌ای که با $P_n(x)$ نمایش داده می‌شود تقریبی است از تابعی مانند $f(x)$ که این تابع نیز به نوبه خود بیان کننده چگونگی تغییرات کمیتی خاص در جهت x است. در صورتی که $(f(x) - P_n(x))$ با $f'(x)$ تقریب زده شود می‌توان با استفاده از این چندجمله‌ای، در x هایی که مقدار f در آنها موجود نیست برآورده از کمیت مورد نظر به دست آورد. همچنین می‌توان مشتق مرتبه اول یا مرتبه بالاتر $f''(x)$ را نیز برآورد کرد. می‌دانیم که از $n+1$ نقطه منفصل مانند $[x_0, f_0], [x_1, f_1], \dots, [x_n, f_n]$ فقط و فقط یک چند جمله‌ای از درجه n می‌گذرد. فرم نیوتونی این چند جمله‌ای به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$P_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + b_n(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{n-1}) \quad (1)$$

که در آن، b_0 تا b_n ضرایب ثابتی می‌باشند که با استفاده از نقاط منفصل $[x_i, f_i]$ به دست می‌آیند. با جایگذاری اولین نقطه، $[x_0, f_0]$ ، در $P_n(x)$ خواهیم داشت:

$$b_0 = f_0 \quad (2)$$

و با جایگذاری $[x_1, f_1]$ در (x) :

$$b_1 = \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0} \quad (3)$$

و به همین ترتیب با جایگذاری $[x_2, f_2]$ در $P_n(x)$ و ساده کردن رابطه حاصل می‌توان b_2 را به صورت زیر به دست آورد:

$$b_2 = \frac{\frac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1} - \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0} \quad (4)$$

1. finite differences

2. finite volumes

به ترتیب تفاضل تقسیمی اول^۱ و تفاضل تقسیمی دوم^۲ نامیده می‌شوند و با $f[x_2, x_1, x_0]$ و $f[x_1, x_0]$ نمایش داده می‌شوند:

$$f[x_1, x_0] = \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0} \quad (5)$$

$$f[x_2, x_1, x_0] = \frac{\frac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1} - \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0} = \frac{f[x_2, x_1] - f[x_1, x_0]}{x_2 - x_0} \quad (6)$$

به سادگی می‌توان ثابت کرد که:

$$f[x_1, x_0] = f[x_0, x_1] \quad (7)$$

و همچنین:

$$f[x_2, x_1, x_0] = f[x_0, x_1, x_2] \quad (8)$$

بنابراین می‌توان $P_n(x)$ را با استفاده از نمادهای تعریف شده برای تفاضل‌های تقسیمی به صورت زیر نوشت:

$$P_n(x) = f_0 + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots + f[x_0, x_1, \dots, x_n](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \quad (9)$$

در صورتی که فرض شود نقاط منفصل $[x_0, f_0], [x_1, f_1], \dots, [x_n, f_n]$ به ترتیب x ها مرتب شده‌اند و علاوه بر این، اختلاف بین هر دو x متوالی نیز مقداری ثابت و برابر با h است با شکلی خاص از تفاضل‌های تقسیمی رو به رو هستیم که تفاضل‌های محدود نامیده می‌شوند. تفاضل‌های محدود را می‌توان با استفاده از عملگرهای Δ , ∇ و δ به صورت‌های زیر نوشت:

-
1. first divided difference
 2. second divided difference
 3. operators

الف- عملگر Δ

$$f[x_0, x_1] = \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0} = \frac{1}{h} (f_1 - f_0) = \frac{1}{h} \Delta f_0 \quad (10)$$

$$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{2h} = \frac{1}{2h^2} (\Delta f_1 - \Delta f_0) = \frac{1}{2h^2} \Delta^2 f_0 \quad (11)$$

و در حالت کلی:

$$f[x_0, x_1, x_2, \dots, x_n] = \frac{1}{n!h^n} \Delta^n f_0 \quad (12)$$

تفاضل را به جلوی اول^۱ و $\Delta^2 f_0$ تفاضل را به جلوی دوم^۲ نامیده می‌شود. در صورتی که نقاط منفصل را به ترتیب از اولین نقطه با $[x_{i+n}, f_{i+n}]$, $[x_{i+1}, f_{i+1}]$, ..., $[x_i, f_i]$ نمایش دهیم خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} P_n(x) &= f_i + \frac{\Delta f_i}{h} (x - x_i) + \frac{\Delta^2 f_i}{2!h^2} (x - x_i)(x - x_{i+1}) + \dots \\ &\quad + \frac{\Delta^n f_i}{n!h^n} (x - x_i)(x - x_{i+1}) \dots (x - x_{i+n-1}) \end{aligned} \quad (13)$$

رابطه (۱۳)، فرمول نیوتن-گریگوری را به جلو^۳ برای تقریب $f(x)$ نامیده می‌شود. با استفاده از این فرمول می‌توان مشتق مرتبه اول و مراتب بالاتر $f(x)$ در نقطه x_i را به کمک نقاطی که بعد از x_i واقع شده‌اند تقریب کرد. به عنوان مثال تقریب درجه دو برای مشتق مرتبه اول $f'(x)$ را به کمک رابطه (۱۳) می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) \approx P_2(x) = f_i + \frac{\Delta f_i}{h} (x - x_i) + \frac{\Delta^2 f_i}{2!h^2} (x - x_i)(x - x_{i+1}) \Rightarrow \\ \frac{df}{dx} = \frac{\Delta f_i}{h} + \frac{\Delta^2 f_i}{h^2} x - \frac{\Delta^2 f_i}{2!h^2} (x_i + x_{i+1}) \Rightarrow \\ \left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{\Delta f_i}{h} + \frac{\Delta^2 f_i}{h^2} x_i - \frac{\Delta^2 f_i}{2!h^2} (x_i + x_{i+1}) \Rightarrow \\ \left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{\Delta f_i}{h} + \frac{\Delta^2 f_i}{2h^2} (x_i - x_{i+1}) = \frac{f_{i+1} - f_i}{h} - \frac{f_{i+2} - f_{i+1} - (f_{i+1} - f_i)}{2h} \Rightarrow \\ \left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{4f_{i+1} - 3f_i - f_{i+2}}{2h} \end{array} \right. \quad (14)$$

1. first forward difference
2. second forward difference
3. Newton-Gregory forward formula

ب- عملگر ∇

$$f[x_0, x_1] = \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0} = \frac{1}{h} (f_1 - f_0) = \frac{1}{h} \nabla f_0 \quad (15)$$

$$f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{2h} = \frac{1}{2h^2} (\nabla f_1 - \nabla f_0) = \frac{1}{2h^2} \nabla^2 f_0 \quad (16)$$

و در حالت کلی:

$$f[x_0, x_1, x_2, \dots, x_n] = \frac{1}{n!h^n} \nabla^n f_0 \quad (17)$$

∇f_0 تفاضل رو به عقب اول^۱ و $\nabla^2 f_0$ تفاضل رو به عقب دوم^۲ نامیده می‌شود. در صورتی که نقاط منفصل را به ترتیب از آخرین نقطه با $[x_i, f_i]$, $[x_{i-1}, f_{i-1}]$, ... و $[x_{i-n}, f_{i-n}]$ نمایش دهیم خواهیم داشت (اولین نقطه و آخرین آنها باشد):

$$\begin{aligned} P_n(x) &= f_i + \frac{\nabla f_i}{h} (x - x_i) + \frac{\nabla^2 f_i}{2!h^2} (x - x_i)(x - x_{i-1}) + \dots \\ &\quad + \frac{\nabla^n f_i}{n!h^n} (x - x_i)(x - x_{i-1}) \dots (x - x_{i-n+1}) \end{aligned} \quad (18)$$

رابطه (۱۸) فرمول نیوتن-گریگوری رو به عقب^۳ برای تقریب $f(x)$ نامیده می‌شود. با استفاده از این فرمول می‌توان مشتق مرتبه اول و مراتب بالاتر $f^{(k)}(x)$ در نقطه x_i را به کمک نقاطی که قبل از x_i واقع شده‌اند تقریب کرد.

ج- عملگر δ

$$f[x_0, x_1] = \frac{f_1 - f_0}{x_1 - x_0} = \frac{1}{h} (f_1 - f_0) = \frac{1}{h} \delta f_{1/2} \quad (19)$$

$$f[x_{-1}, x_0] = \frac{f_0 - f_{-1}}{x_0 - x_{-1}} = \frac{1}{h} (f_0 - f_{-1}) = \frac{1}{h} \delta f_{-1/2} \quad (20)$$

1. first backward difference
2. second backward difference
3. Newton-Gregory backward formula

$$f[x_{-1}, x_0, x_1] = \frac{f[x_0, x_1] - f[x_{-1}, x_0]}{2h} = \frac{1}{2h^2} (\delta f_{1/2} - \delta f_{-1/2}) = \frac{1}{2h^2} \delta^2 f_0 \quad (21)$$

در حالت کلی در صورتی که تعداد نقاط منفصل برابر با $2n+1$ باشد:

$$f[x_{i-n}, \dots, x_i, \dots, x_{i+n}] = \frac{1}{(2n)! h^{2n}} \delta^{2n} f_i \quad (22)$$

و در صورتی که تعداد نقاط منفصل برابر با $2n$ باشد:

$$f[x_{i-n}, \dots, x_i, \dots, x_{i+n}, x_{i+n+1}] = \frac{1}{(2n+1)! h^{2n+1}} \delta^{2n+1} f_{i+1/2} \quad (23)$$

(و یا $\delta f_{-1/2}$) تفاضل مرکزی اول^۱ و $\delta^2 f_0$ تفاضل مرکزی دوم^۲ نامیده می‌شود. با استفاده از عملگر δ تقریب $f(x)$ به صورت‌های زیر نوشته می‌شود (رابطه اول برای $2n+1$ نقطه و رابطه دوم برای $2n$ نقطه):

$$\begin{aligned} P_{2n}(x) &= f_i + \frac{\delta f_{i+1/2}}{h} (x - x_i) + \frac{\delta^2 f_i}{2! h^2} (x - x_i)(x - x_{i+1}) + \dots \\ &\quad + \frac{\delta^{2n} f_i}{(2n)! h^{2n}} (x - x_i)(x - x_{i+1})(x - x_{i-1}) \dots (x - x_{i+n}) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} P_{2n-1}(x) &= f_i + \frac{\delta f_{i+1/2}}{h} (x - x_i) + \frac{\delta^2 f_i}{2! h^2} (x - x_i)(x - x_{i+1}) + \dots \\ &\quad + \frac{1}{(2n+1)! h^{2n+1}} \delta^{2n+1} f_{i+1/2} (x - x_i)(x - x_{i+1})(x - x_{i-1}) \dots (x - x_{i-n+1}) \end{aligned} \quad (25)$$

رابطه (۲۴) (و یا رابطه (۲۵)) فرمول گاوس رو به جلو^۳ برای تقریب $f(x)$ نامیده می‌شود. با استفاده از این فرمول می‌توان مشتق مرتبه اول و مرتبه بالاتر $f(x)$ در نقطه x_i را به کمک نقاطی که قبل و بعد از x_i واقع شده‌اند تقریب کرد. به عنوان مثال، تقریب درجه دو برای مشتق‌های مرتبه اول و دوم $f(x)$ را به کمک رابطه (۲۴) می‌توان به صورت زیر به دست آورد ($n=1$):

-
1. first central difference
 2. second central difference
 3. Gauss forward formula

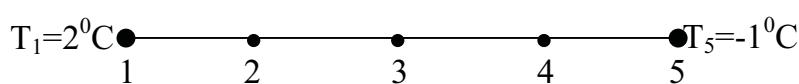
$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) \approx P_2(x) = f_i + \frac{\delta f_{i+1/2}}{h} (x - x_i) + \frac{\delta^2 f_i}{2!h^2} (x - x_i)(x - x_{i+1}) \Rightarrow \\ \frac{df}{dx} = \frac{\delta f_{i+1/2}}{h} + \frac{\delta^2 f_i}{h^2} x - \frac{\delta^2 f_i}{2!h^2} (x_i + x_{i+1}) \Rightarrow \\ \left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{\delta f_{i+1/2}}{h} + \frac{\delta^2 f_i}{h^2} x_i - \frac{\delta^2 f_i}{2!h^2} (x_i + x_{i+1}) \Rightarrow \\ \left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{\delta f_{i+1/2}}{h} + \frac{\delta^2 f_i}{2!h^2} (x_i - x_{i+1}) \Rightarrow \\ \left. \frac{df}{dx} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) \approx P_2(x) = f_i + \frac{\delta f_{i+1/2}}{h} (x - x_i) + \frac{\delta^2 f_i}{2!h^2} (x - x_i)(x - x_{i+1}) \Rightarrow \\ \frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{\delta^2 f_i}{h^2} \Rightarrow \\ \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i = \frac{\delta^2 f_i}{h^2} \Rightarrow \\ \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_i = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} \end{array} \right. \quad (27)$$

با توجه به آنچه گفته شد معادله منفصل را می‌توان با جایگزین کردن تقریب‌های به دست آمده از فرمول‌های نیوتن-گریگوری رو به جلو، نیوتن-گریگوری رو به عقب و یا گاووس رو به جلو با شکل پیوسته مشتق‌های مرتبه اول یا مراتب بالاتر موجود در معادله دیفرانسیل به دست آورد و نسبت به حل عددی معادله دیفرانسیل مورد نظر اقدام نمود. به عنوان نمونه فرض کنیم معادله حاکم بر انتقال درجه حرارت در یک میله فلزی به شکل زیر باشد:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = x(1 - \frac{T}{5}) \quad (28)$$

که در آن، T درجه حرارت در نقطه x است. به منظور حل عددی این معادله دیفرانسیل بایستی ابتدا میدان حل، شبکه مناسب و شرایط اولیه و مرزی را تعیین کنیم. فرض کنیم که شبکه انتخاب شده برای میدان حل و شرایط مرزی مطابق با شکل زیر است (از آنجا که در معادله حاکم، تغییرات درجه حرارت نسبت به زمان موجود نیست بنابراین لزومی به در نظر گرفتن شرط اولیه نمی‌باشد):



شکل (۱): میدان حل، شبکه‌بندی و شرایط مرزی در میله فلزی

در شبکه ارائه شده در شکل (۱) پنج نقطه منفصل در نظر گرفته شده است. فاصله هر دو نقطه متواالی از یکدیگر برابر با ۰.۵ واحد در نظر گرفته شده است. دو نقطه از این پنج نقطه دارای درجه حرارت مشخص می‌باشند و شرایط مرزی مسئله را تعریف می‌کنند. هدف، به دست آوردن درجه حرارت در نقاط میانی میله با استفاده از حل عددی معادله حاکم به روش تفاضل‌های محدود است. از آنجا که درجه حرارت در هر کدام از نقاط میانی به دو نقطه هم‌جوار آن وابسته است از فرمول گاوس رو به جلو برای تقریب مشتق مرتبه دوم موجود در معادله دیفرانسیل استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} \frac{d^2T}{dx^2} = x(1 - \frac{T}{5}) \\ \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{2h} = x_i(1 - \frac{T_i}{5}) \end{cases} \quad (۲۹)$$

معادله به دست آمده، شکل منفصل شده معادله دیفرانسیل پیوسته است. این معادله را بر روی نقاط دو تا چهار اعمال می‌کنیم:

$$\begin{cases} i=2 \Rightarrow \frac{T_3 - 2T_2 + T_1}{0.5^2} = 0.5(1 - \frac{T_2}{5}) \Rightarrow 2 - 1.975T_2 + T_3 = 0.125 \\ i=3 \Rightarrow \frac{T_4 - 2T_3 + T_2}{0.5^2} = 1(1 - \frac{T_3}{5}) \Rightarrow T_2 - 1.95T_3 + T_4 = 0.25 \\ i=4 \Rightarrow \frac{T_5 - 2T_4 + T_3}{0.5^2} = 1.5(1 - \frac{T_4}{5}) \Rightarrow T_3 - 1.925T_4 - 1 = 0.375 \end{cases} \quad (۳۰)$$

دستگاه معادلات جبری حاصل دارای سه معادله و سه مجهول است که با حل آن می‌توان مقدار درجه حرارات در نقاط دو تا چهار را به دست آورد.

نگرش حجم کنترل در منفصل کردن معادلات دیفرانسیل پیوسته

در روش حجم‌های محدود، معادلات منفصل با استفاده از مفهوم حجم کنترل^۱ به دست می‌آیند. به دست آوردن معادلات منفصل با استفاده از مفهوم حجم کنترل شامل مراحل زیر است:

- ۱- قرار دادن شبکه‌ای مناسب بر روی میدان حل.
- ۲- در نظر گرفتن یک حجم کنترل برای هر کدام از گره‌های موجود در شبکه. این حجم‌های کنترل بایستی قادر همپوشانی و دارای مرزهای مشترک باشند.

1. control volume (C.V.)

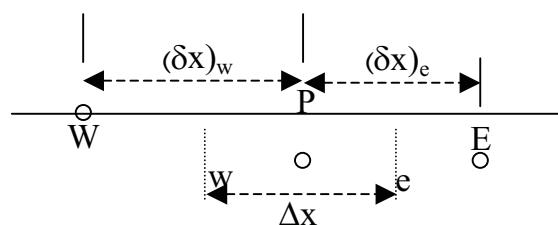
۳- انتگرال‌گیری از معادله دیفرانسیل مورد نظر بر روی هر کدام از حجم‌های کنترل. محاسبه انتگرال‌های نوشته شده مستلزم در نظر گرفتن فرض‌هایی در مورد چگونگی تغییرات متغیر مستقل در بین گره‌های شبکه در نظر گرفته شده است.

معادلات منفصلی که بدین ترتیب به دست می‌آیند بیان‌کننده اصل بقای کمیتی مانند Φ در یک حجم کنترل محدود می‌باشند (شکل ماکروسکوپیک)، این در حالی است که معادله دیفرانسیل پیوسته اصل یاد شده را در یک حجم کنترل بسیار کوچک بیان می‌کند (شکل میکروسکوپیک).

به منظور شرح بیشتر روش، معادله منفصل را برای یک معادله دیفرانسیل ساده به دست می‌آوریم. ساده‌ترین معادله دیفرانسیل یک‌بعدی حاکم بر انتقال حرارت^۱ را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + S = 0 \quad (۲۱)$$

که در آن، k هدایت حرارتی^۲، T درجه حرارت و S نرخ تولید حرارت در واحد حجم است. S ، جمله منبع^۳ نیز نامیده می‌شود. معادله فوق یک معادله پخش‌گری^۴ پایدار^۵ در حالت یک‌بعدی است. به منظور به دست آوردن معادله منفصل از میدان حلی استفاده می‌کنیم که بخشی از آن در شکل (۱) نمایش داده شده است. این میدان حل را می‌توان میله‌ای فلزی فرض کرد که دو نقطه انتهایی آن دارای درجه حرارتی مشخص است. گره‌ای که می‌خواهیم معادله منفصل مربوط به آن را به دست آوریم با P نمایش داده شده است. گره‌های مجاور گره P نیز با W و E نمایش داده شده‌اند که به ترتیب معرف گره‌های واقع در غرب و شرق گره P می‌باشند. محل استقرار وجههای^۶ حجم کنترل قرار داده شده بر روی گره P با w و e نمایش داده شده است.



شکل (۲): علائم مورد استفاده در به دست آوردن معادله منفصل در نگرش حجم کنترل

-
1. heat conduction
 2. thermal conductivity
 3. source term
 4. diffusion
 5. steady
 6. faces

اکنون از معادله دیفرانسیل حاکم، بر روی حجم کنتrol نمایش داده شده در شکل (۱) انتگرالگیری می‌کنیم:

$$\int_w^e \frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) dx + \int_w^e S dx = 0 \quad (۲۲)$$

و به عبارت دیگر:

$$\left(k \frac{dT}{dx} \right)_e - \left(k \frac{dT}{dx} \right)_w + \int_w^e S dx = 0 \quad (۲۳)$$

جملات معادله فوق به ترتیب بیانگر شار حرارتی^۱ خروجی از حجم کنتrol، شار حرارتی ورودی به حجم کنتrol و تغییرات حرارت در داخل حجم کنتrol می‌باشند. به عبارت دیگر معادله فوق بیان‌کننده قانون بقای انرژی را انرژی در شکل ماکروسکوپیک است. یادآوری می‌شود که معادله دیفرانسیل پیوسته، قانون بقای انرژی را در شکل میکروسکوپیک بیان می‌کند.

در صورتی که تغییرات T بین هر دو گره متواالی را خطی فرض کنیم^۲ معادله (۲۳) به شکل زیر نوشته خواهد شد:

$$k_e \frac{T_E - T_p}{(\delta x)_e} - k_w \frac{T_p - T_w}{(\delta x)_w} + \bar{S} \Delta x = 0 \quad (۲۴)$$

که در آن، \bar{S} میانگینی از S در درون حجم کنتrol است. این معادله منفصل را می‌توان به شکل زیر نوشت که شکلی متداول برای معادلات منفصل به دست آمده با استفاده از مفهوم حجم کنتrol است:

$$a_p T_p = a_E T_E + a_w T_w + b \quad (۲۵)$$

که در آن،

$$a_E = \frac{k_e}{(\delta x)_e} \quad (\text{الف}) \quad (۲۵)$$

$$a_w = \frac{k_w}{(\delta x)_w} \quad (\text{ب}) \quad (۲۵)$$

$$a_p = a_E + a_w \quad (\text{ج}) \quad (۲۵)$$

$$b = \bar{S} \Delta x \quad (\text{د}) \quad (۲۵)$$

1. heat flux

۲- این تغییرات را می‌توان غیر خطی نیز در نظر گرفت.

معادله (۳۵) در برخی موارد به شکل زیر نیز نوشته می‌شود:

$$a_p T_p = \sum a_{nb} T_{nb} + b \quad (36)$$

که در آن، زیرنویس nb به معنای همسایه‌های^۱ گره P است. نکته‌ای که ذکر آن در مورد معادله (۳۴) ضروری به نظر می‌رسد این است که در بسیاری از موقعیت‌ها از متغیر وابسته (در این مثال، T) است. در صورتی که S تابعی خطی از متغیر مستقل باشد توصیه می‌شود که \bar{S} به شکل زیر بیان شود:

$$\bar{S} = S_c + S_p T_p \quad (37)$$

در معادله فوق، S بیان‌کننده بخش ثابت \bar{S} و S_p ضریبی است که وابستگی \bar{S} را به T_p بیان می‌کند. در صورت استفاده از معادله (۳۷)، a_p و b در معادله (۳۵) به شکل زیر نوشته خواهد شد:

$$a_p = a_E + a_W - S_p \Delta x \quad (38\text{-الف})$$

$$b = \bar{S}_c \Delta x \quad (38\text{-ب})$$

با نوشتن معادله منفصل برای تمامی گره‌های واقع در میدان حل، دستگاهی از معادلاتی جبری حاصل می‌شود که حل آن، مقدار متغیر مستقل در هر کدام از گره‌های شبکه را به دست خواهد داد. معادله دیفرانسیلی که در مورد آن بحث شد، معادله‌ای پایدار است که تغییرات متغیر مستقل نسبت به زمان را شامل نمی‌شود. به منظور بیان نحوه به دست آوردن معادلات منفصل در حالتی که معادله دیفرانسیل پیوسته معادله‌ای ناپایدار است از معادله زیر استفاده می‌کنیم:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (39)$$

که در آن، ρc مقداری ثابت است. معادله فوق یک معادله پخش‌ودگی ناپایدار در حالت یکبعدی است. با استفاده از شبکه ارائه شده در شکل (۱) و انتگرال‌گیری از معادله فوق بر روی حجم کنترل مورد نظر و از زمان t تا $t + \Delta t$ خواهیم داشت:

$$\rho c \int_w^e \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial T}{\partial t} dt dx + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dt = 0 \quad (40)$$

1. neighbors

انتگرال‌گیری در بازه زمانی مورد نظر را به صورت زیر انجام می‌دهیم:

$$\int_t^{t+\Delta t} T_p dt = f T_p^n + (1-f) T_p^o \quad (41)$$

در این معادله، f ضریبی بین صفر تا یک و مشخص کننده نحوه تغییرات T_p در بازه زمانی در نظر گرفته شده است. بالانویس‌های n و o نیز به ترتیب نشان دهنده مقدار متغیر مستقل در زمان‌های جدید و قدیم می‌باشند. بدین ترتیب پس از انجام محاسبات مورد نیاز خواهیم داشت:

$$a_p T_p^o = a_E [f T_E + (1-f) T_E^o] + a_W [f T_W + (1-f) T_W^o] + [a_p^o - (1-f)a_E - (1-f)a_W] \quad (42)$$

که در آن،

$$a_E = \frac{k_e}{(\delta x)_e} \quad (42-\text{الف})$$

$$a_W = \frac{k_w}{(\delta x)_w} \quad (42-\text{ب})$$

$$a_p^o = \frac{\rho c \Delta x}{\Delta t} \quad (42-\text{ب})$$

$$a_p = f a_E + f a_W + a_p^o \quad (42-\text{ج})$$

انتخاب مقدار صفر برای f معادل با استفاده از روش صریح (عدم وابستگی متغیر مستقل در زمان جدید به مقدار آن در زمان قدیم و در نتیجه عدم نیاز به حل دستگاه معادلات) و انتخاب مقدار یک برای آن به معنی استفاده از روش ضمنی است. در صورت استفاده از روش صریح لازم است که مقدار گام زمانی (Δt) در نامعادله زیر صدق کند:

$$\Delta t < \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2k} \quad (43)$$

شرط فوق، شرط پایداری روش صریح نامیده می‌شود.

معادلات دیفرانسیل حاکم بر انتقال یک سیال ممکن است به طور همزمان جملات مربوط به پخشودگی و همرفت^۱ را به همراه داشته باشند. با توجه به اهمیت این دسته از معادلات، نحوه به دست آوردن معادلات

1. convection

منفصل مربوط به آنها را بیان می‌کنیم. یک معادله پخشودگی و همرفت پایدار در حالت یکبعدی را می‌توان به شکل کلی زیر بیان کرد:

$$\frac{d}{dx}(\rho u \Phi) = \frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\Phi}{dx}\right) \quad (44)$$

در این معادله، ρ و Γ ویژگی‌های سیال مورد نظر، u سرعت سیال در جهت x و Φ جرم و یا مومنت است. مجدداً با استفاده از علائم به کار رفته در شکل (۲) و انتگرال‌گیری از معادله فوق بر روی حجم کنترل مورد نظر خواهیم داشت:

$$\int_w^e \frac{d}{dx}(\rho u \Phi) = \int_w^e \frac{d}{dx}\left(\Gamma \frac{d\Phi}{dx}\right) \quad (45)$$

$$(\rho u \varphi)_e - (\rho u \varphi)_w = \left(\Gamma \frac{d\varphi}{dx}\right)_e - \left(\Gamma \frac{d\varphi}{dx}\right)_w \quad (46)$$

و با در نظر گرفتن:

$$\varphi_e = \frac{\varphi_E + \varphi_P}{2} \quad (47)$$

$$\varphi_w = \frac{\varphi_W + \varphi_P}{2} \quad (48)$$

خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}(\rho u)_e(\varphi_E + \varphi_P) - \frac{1}{2}(\rho u)_w(\varphi_P + \varphi_W) = \Gamma_e \frac{\varphi_E - \varphi_P}{(\delta x)_e} - \Gamma_w \frac{\varphi_P - \varphi_W}{(\delta x)_w} \quad (49)$$

قدرت همرفت و پخشودگی به ترتیب به وسیله $F = \rho u$ و $D = \frac{\Gamma}{\delta x}$ مشخص می‌شود. همواره مقداری مثبت دارد اما F بسته به جهت جریان می‌تواند مثبت و یا منفی باشد. بدین ترتیب با استفاده از این تعاریف خواهیم داشت:

$$a_p \varphi_p = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W \quad (50)$$

که در آن،

$$a_E = D_e - \frac{F_e}{2} \quad (50-\text{الف})$$

$$a_w = D_w - \frac{F_w}{2} \quad (50-\text{ب})$$

$$a_p = a_e + a_w + (F_e - F_w) \quad (50-\text{ج})$$

جواب‌های به دست آمده با استفاده از روش فوق در صورتی مقادیری فیزیکی خواهند بود که ضرایب گره‌های مجاور با گرء P مقادیری مثبت باشند. به عبارت دیگر شرایط زیر بایستی به طور همزمان برقرار باشند:

$$\begin{cases} \frac{a_e}{D_e} = 1 - \frac{F_e / D_e}{2} \geq 0 \\ \frac{a_w}{D_w} = 1 + \frac{F_w / D_w}{2} \geq 0 \end{cases} \quad (51)$$

به عبارت دیگر:

$$\frac{F}{D} = P_e \leq \frac{1}{2} \quad (52)$$

نسبت $\frac{F}{D}$ عدد پیکلت^۱ (P_e) نامیده می‌شود. با رعایت شرط فوق جواب‌های حاصل، جواب‌هایی منطبق با فیزیک مسئله خواهند بود.

روش‌های حل دستگاه معادلات جبری

پس از تشکیل معادله منفصل و اعمال این معادله بر روی نقاط موجود در شبکه، دستگاهی از معادلات جبری حاصل می‌شود که این دستگاه را بایستی به طریقی حل نمود. از آنجا که در مسائل عملی، تعداد نقاط شبکه بسیار زیاد است ابعاد دستگاه معادلات جبری حاصل نیز بسیار بزرگ خواهد بود و این امر باعث می‌شود حل این دستگاه با استفاده از روش‌های مستقیمی مانند روش عکس ماتریس امکان پذیر نباشد. بنابراین در عمل از روش‌های مستقیم دیگری مانند روش حذف گاوس^۲ و یا TDMA و همچنین روش‌های تکراری مانند روش جاکوبی^۳ یا گاوس جوردن^۴ برای حل دستگاه معادلات استفاده می‌شود.

1. Peclet number

2. Gauss elimination

3. Jacobi

4. Gauss Jordan

منابع

- 1- Gerald, C. F. and P.O. Wheatley, Applied Numerical Analysis, 6th Edition, Addison-Wesley, New York, 1997.
- 2- Patankar, S. V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Series in Comput. Meth. in Mechanics and Thermal Sciences, McGraw-Hill, New York, 1980.
- 3- Burden, R. L. and J. D. Faires, Numerical Analysis, 7th Edition, Brooks Cole, London, 2001.

کارگاه آموزشی مدلسازی در آبیاری و زهکشی

۱۴ آذر ماه ۱۴۰۸

مدل‌های رایانه‌ای کاربردی: بررسی روش تولید نرم افزار جامع تسطیح اراضی Level CAD

احسان روشنی^۱، صلاح کوچکزاده^۲

چکیده

با توجه به پیشرفت‌های زیادی که در زمینه علوم رایانه‌ای صورت گرفته است، استفاده و تولید مدل‌های رایانه‌ای جدید نیز با سرعت چشمگیری روپرورست. در این مقاله ابتدا روند تاریخی تولید مدل‌های رایانه‌ای مرور شده است سپس ویژگیها و نحوه تولید مدل‌های رایانه‌ای شیء گرا بررسی شده و در نهایت فرآیند تولید نرم افزار جامع تسطیح اراضی به عنوان مثال مورد بررسی قرار گرفته است.

مقدمه و تاریخچه مدل‌های رایانه‌ای

اولین رایانه‌ها برای حل مدل‌های ریاضی ابداع شدند. اما مدل‌های رایانه‌ای امروزی از ۱۹۷۰ به بعد با اختراع کامپیوترهای شخصی توسعه یافتد و تا به امروز پیشرفت‌های چشمگیری داشته‌اند. مدل‌های کامپیوتربنی براساس تاریخچه و روش ارائه داده‌ها و اطلاعات به سه دسته تقسیم می‌شوند.

- مدل‌های اولیه مبتنی بر روش متن دستوری
- مدل‌های متنی گرافیکی
- مدل‌های شی گرا (گرافیکی)

۱- مدل‌های متن دستوری

این مدل‌ها اولین مدل‌های محاسباتی تهیه شده برای رایانه‌ها بودند. و در زمان خود انقلابی را در انجام محاسبات ایجاد کردند. اغلب این مدل‌ها توسط مراکز دانشگاهی توسعه یافتد. از مزایا و معایب این مدل‌ها می‌توان موارد زیر را نام برد.

۱- کارشناس ارشد مهندسین مشاور لار
۲- دانشیار گروه آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران

- کاهش چشمگیر زمان انجام محاسبات از محاسبات دستی به محاسبات اتوماتیک
- کاهش خطای محاسبات (قطع کردن و گردکردن)
- زمانبر بودن ورود داده‌ها و اجبار در رعایت قالب‌های بسیار شکننده ورودی
- با توجه به اینکه این مدل‌ها اغلب محاسبات تکراری دستی را به محاسبات اتوماتیک تبدیل کرده بودند بنابراین دقیق نتایج خروجی نسبت به نتایج حاصل از روش دستی تغییر چندانی نکرده بود.
- خروجی این مدل‌ها نیز بصورت متنی بود که پس از انجام محاسبات باید به شکل‌های دیگر تبدیل می‌شدند.

۲- مدل‌های متنی گرافیکی

با ورود شرکتهای برنامه نویسی به زمینه تولید نرم افزارهای مهندسی این مدل‌ها شکل گرفتند. این مدل‌ها تقریباً همان مدل‌های متنی بودند که برنامه گرافیکی بسیار ساده‌ای وظیفه اخذ داده‌های ورودی اولیه از کاربر و تنظیم فایل داده‌ای برنامه را به عهده داشت. در بعضی از این مدل‌ها نیز بخشی را برای تفسیر نتایج خروجی و یا تولید گراف و نقشه گنجانیده بودند. از ویژگیهای این مدل‌ها می‌توان موارد زیر را نام برد.

- کاهش خطا در ورود داده و در نتیجه کاهش زمان انجام محاسبات
- افزایش کارایی نرم افزار (آسان‌تر شدن استفاده - کاربرپسند بودن)
- در اغلب این مدل‌ها تغییری در دقیق نتایج خروجی نسبت به دسته اول نرم افزار صورت نگرفته بود.

۳- مدل‌های شی گرا (گرافیکی)

این دسته از مدل‌های جدیدترین نوع مدل‌های رایانه‌ای هستند که با پیشرفت بسیار زیادی که در علوم رایانه‌ای صورت گرفته است ایجاد شده و توسعه یافته‌اند. اغلب این مدل‌ها شامل سه بخش هستند. در بخش اول داده‌ها از کاربر به طرق مختلف اخذ می‌شود. بخش دوم موتور محاسباتی نامیده می‌شود. پس از انجام محاسبات، نتایج از موتور محاسباتی اخذ شده و به پس پردازندۀ اطلاعات جهت تولید خروجی‌های متنوع وارد می‌شود.

بدلیل مجزا بودن بخش‌های گرافیکی (ورودی خروجی) از بخش محاسباتی این امکان فراهم می‌آید که متخصصین در هر بخش بصورت جداگانه‌ای عمل کرده و در نهایت مدل هم از نظر محاسباتی خطای کمتری دارد و هم از نظر گرافیکی امکانات بسیاری را در اختیار کاربر قرار می‌دهد. بهترین ویژگی این مدل‌ها مکان استفاده از موتور محاسباتی تولید شده در ایجاد مدل‌های دیگر را نام برد.

مراحل تولید یک مدل کامپیوتر

جهت تولید یک مدل رایانه‌ای باید مراحل زیر را دنبال نمود.

۱- بررسی روش‌های محاسباتی موجود

در این مرحله تمامی مزایا و محسن روش‌های موجود به دقت بررسی می‌شود. همیشه با خاطر داشته باشید که با رایانه می‌توان پیچیده ترین محاسبات را انجام داد بنابراین تا جایی که ارزش مهندسی محاسبات مجاز می‌داند باید فرضیات ساده کننده مسئله را حذف نمود. با این عمل بخش‌های زیادی از خطای محاسبات کاهش می‌یابد.

۲- بررسی نیازهای کاربر

تأمین نیازهای کاربر از جمله مواردی است که می‌تواند به موفقیت یک مدل بیانجامد بنابراین قبل از شروع کار باید برآورد دقیقی از نیازهای کاربر صورت گیرد. یکی از بهترین روش‌های تعیین نیازها، انجام یک پروژه بصورت کامل است همچنین می‌توان از اطلاعات افراد دارای تجربه در این زمینه نیز استفاده کرد.

۳- بررسی نرم افزارهای موجود

کامل کردن لیست نیازهای کاربر هدف عده این بخش است. در این بخش نوع ورود داده‌ها، انجام محاسبات و نحوه ارائه خروجی‌ها در نرم افزارهای مشابه باید مورد بررسی قرار گیرد و در هر بخش بهترین شیوه انتخاب شود.

۴- شناخت ابزارهای موجود

اغلب الگوریتم‌های محاسباتی به چند الگوریتم کوچکتر تقسیم می‌شوند. از سوی دیگر بسیاری از این الگوریتم‌های کوچکتر توسط دیگران بصورت کدهای رایانه و یا اشیاء تبدیل شده‌اند بنابراین می‌توان از این کدها در تولید مدل استفاده کرد.

انتخاب ابزار صحیح و استفاده به هنگام از آن منجر به جلوگیری از دوباره کاری و در نتیجه کاهش زمان طراحی مدل خواهد شد. ابزارهای رایانه‌ای را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد.

- محیط برنامه‌سازی

- مجموعه کدهایی که توسط دیگران تهیه شده است.

ویژگیهای محیط برنامه سازی

با توجه به نزدیک شدن امکانات و توانایی‌های محیط‌های برنامه‌سازی مختلف به یکدیگر مهمترین عامل در انتخاب محیط برنامه سازی تسلط مدل کننده به آن محیط است. عدم شناخت کافی از یک محیط برنامه‌سازی در بسیاری از موارد منجر به پیچیده‌تر شدن حل مسئله شده که در نهایت بار محاسباتی

رایانه را افزایش داده و در کاهش دقت نتایج حاصله نیز موثر است. از سوی دیگر محیط برنامه‌سازی انتخابی باید بتواند با ابزارهای دیگر براحتی ارتباط برقرار کند.

استفاده از کدهای دیگران

- کدی را که می‌خواهید استفاده کنید باید دارای سه ویژگی باشد.
- به محاسبات انجام شده توسط آن اطمینان داشته باشید.
 - برای اجرا به فایل‌های متعددی نیاز نداشته باشد (قائم به ذات باشد)
 - به آسانی بتوان از آن استفاده نمود.

برنامه نویسی

- در زمان برنامه نویسی باید به نکات زیر توجه نمود.
- استانداردهای برنامه نویسی را باید تا حد امکان رعایت نمود
 - برای کدها توضیح نوشته شود تا در موقع ارجاع و بازخوانی موجب سردرگمی نگردد.
 - برای حل یک مساله الگوریتمهای زیادی وجود دارد، ساده ترین آنها بهترین آنها است.
 - خطاهای زمان اجرا کنترل گردد.
 - پس از اتمام برنامه یک بار دیگر بازخوانی شود و الگوریتمها را در صورت امکان ساده‌تر گردد.
 - رابط کاربر گرافیکی بگونه‌ای طراحی گردد که کاربر حداقل داده‌ها را وارد نماید ولی بتواند حداقل کنترل را برروی مدل داشته باشد.
 - با استفاده از برنامه نویسی شی گرا بخش‌های مختلف برنامه را (محاسباتی و ...) به صورت اشیاء قابل استفاده در دیگر محیط‌های برنامه نویسی تبدیل کنید.
- بطور کلی باید دو ویژگی زیر را در تولید یک مدل محاسباتی در نظر گرفت.
- الف) افزایش دقت حل مسأله با تجدید نظر در روش حل
- ب) تأمین نیازهای کاربر به طرق مختلف (تولید ابزارهای مختلف در ورود داده‌ها و ارائه خروجی‌ها)

انجام مراحل یک مثال

هدف: طراحی یک مدل محاسباتی برای تسطیح اراضی

مرحله اول: بررسی نیازهای کاربر

تهیه لیستی از نیازهای کاربر جهت طراحی و انجام محاسبات تسطیح که در ادامه بخشی از این لیست آمده است.

- محاسبه احجام عملیات خاکی و ... با دقتی بیش از دقت روشهای موجود.

- کنترل ارتفاع سطح آب خروجی از مزرعه و ورودی به مزرعه
- آنالیز قیمتها براساس فهرست بها
- محاسبه شباهای بهینه از روش‌های مختلف و تعیین ارتفاع بهینه صفحه تسطیح
- توانایی محاسبه مجدد پارامترها با تغییر داده‌های ورودی
- تسطیح اراضی شالیزاری
- تهیه نقشه‌های خروجی با فرمتهای قابل قبول عمومی(Dxf, Dwg) در لایه‌های مختلف اطلاعاتی
- تهیه جداول خروجی برای یک مزرعه و یا برای چند مزرعه بصورت کلی
- گزارش گیری کلی از احجام عملیات خاکی و ...
- تبدیل فایلهای دو بعدی به سه بعدی (جهت ورود داده‌ها)
- استفاده از نقشه‌های توپوگرافی، فایل نقاط و یا نقشه نقاط تاکئومتری، در ورود داده‌ها بصورت اتوماتیک
- ورود داده‌ها بصورت دستی و یا فایل در یک شبکه متعامد
- محاسبه اختلاف احجام عملیات خاکی محاسبه شده و اجرا شده
- ترسیم خطوط توپوگرافی مزرعه بعد از تسطیح
- ترسیم خطوط هم ارتفاع خاکبرداری و هم عمق خاکریزی
- -

مرحله دوم بررسی روش‌های محاسباتی و و ارائه روش جدید روشهای متداول تعیین مشخصات صفحه تسطیح

تسطیح اراضی زراعی باید به سطحی منجر شود که دارای شباهای مجاز در جهت آبیاری و عمود بر آن باشد. بطور کلی این روش‌های را می‌توان به دو دسته تقسیم بندی کرد. روش‌های مبتنی بر سطح مستوی و روش‌هایی که در نهایت به سطحی غیر مستوی منجر می‌شوند.

۱- روش‌های سطح مستوی^۱

در این دسته از روش‌ها، سطح زمین پس از عملیات تسطیح تبدیل به سطحی دارای شباهای یکنواخت در جهات طولی و عرضی می‌شود، برای محاسبه مشخصات صفحه تسطیح ابتدا مرکز ثقل سطح مشخص می‌شود سپس از این نقطه صفحه‌ای با ارتفاعی معادل ارتفاع متوسط عبور داده می‌شود. در چنین حالتی بدون توجه به شبیب صفحه، حجم خاکبرداری معادل حجم خاکریزی خواهد بود. اما از آنجا که لازم است که حجم خاکبرداری بیشتر از خاکریزی باشد، صفحه تسطیح کمی پایین آورده می‌شود.

روشهای متداول برای بدست آوردن مشخصات صفحه تسطیح در پروژه‌های آبیاری و زهکشی شامل پنج روش است. این روشها عبارتند از روش حداقل مربعات^۱، مرکز حجم ثابت^۲، روش نیمرخ میانگین^۳، روش میانگین وزنی^۴ و روش باقی مانده‌های متقاضی^۵ است[۱,11]. این روشها در پنج دهه گذشته متداول بوده و تغییر عمده‌ای در آنها به وجود نیامده است. با توجه به حجم عملیات محاسباتی که روشهای تسطیح با آن روبرو هستند، مدل‌ها و برنامه‌های کامپیوتربی مختلفی تدوین شده اند که مورد استفاده مهندسین قرار گرفته است[۱,9,12].

جیوان^۶ از روش آماری حداقل مربعات برای محاسبه بهترین شبیه در تسطیح اراضی استفاده نمود. وی با وجودی که فرمولهای مربوطه را در یک حالت کلی ارائه داد اما از آنها فقط برای محاسبه بهترین شبیه در زمینهای مستطیل شکل استفاده کرد. پس از او از این روش برای تسطیح زمینهای نامنظم نیز استفاده شد. مطابق روش حداقل مربعات، چنانچه از میان تعدادی نقطه در فضای یک صفحه مستوی به ترتیبی عبور دهیم که مجموع مربعات فواصل عمودی نقاط تا صفحه حداقل باشد، این صفحه بهترین صفحه برای نمایش رابطه خطی بین ارتفاع و طول و عرض این نقاط است. عبارت دیگر این صفحه، بیش از هر صفحه دیگری به این نقاط نزدیک است[۱,9].

اما در روش مرکز حجم ثابت سطح مستوی به گونه‌ای تعیین می‌شود که حداقل جابجایی در خاک سطحی صورت گیرد. برای دستیابی به این هدف بایستی سطح مستوی نزدیکترین فاصله را با سطح طبیعی زمین داشته باشد طوری که فرورفتگی‌های موضعی بوسیله خاک نقاط مرتفع مجاورشان پر شوند بدون اینکه جابجایی قابل ملاحظه‌ای برای انتقال خاک به محل فرورفتگیها صورت گیرد. در چنین حالتی شکل کلی، تغییر محسوسی ننموده و در نتیجه، حتی بعد از تسطیح، مرکز حجم آن نسبت به هر دستگاه مختصاتی ثابت باقی می‌ماند[۱,11].

روش نیمرخ میانگین عدتاً برای تسطیح زمینهای منظم که به شکل مربع یا مستطیل هستند مورد استفاده قرار می‌گیرد. اصول آن بر اساس روش آماری حداقل مربعات مبتنی است. برتری آن به روش حداقل مربعات آسانی محاسبات است. در این روش برای محاسبه شبیه‌های صفحه تسطیح ابتدا برای نقاط هر سطر و هر ستون بطور جداگانه خطی را به روش حداقل مربعات برآش می‌دهند. سپس میانگین شبیه این خطوط را برابر شبیه‌های صفحه تسطیح قرار می‌دهند.[۱]

-
1. Least Square Method
 2. Fixed Volume Center Method
 3. Average Profile Method
 4. Weighted Average Method
 5. Symmetrical Residuals Method
 6. C. V. Givan

روش میانگین وزنی همان روش نیمرخ میانگین است که در زمینهای نامنظم به کار می‌رود چنانچه شکل زمین مربع یا مستطیل نباشد از میانگین ارتقای نمی‌توان برای محاسبه بهترین شب استفاده کرد. زیرا تعداد نقاط در ردیفها و یا ستونهای مختلف با هم برابر نیستند. در نتیجه میانگین ارتقایات از وزن مساوی برخوردار نیست. در این حالت می‌توان بهترین شب را برای هر ردیف یا هر ستون با استفاده از ارتفاع نقاط در آن ردیف و یا آن ستون محاسبه سپس میانگین وزنی آنها را به دست آورد. بهترین شب در جهت ردیفها و یا ستونها برابر است با میانگین وزنی شب برای ردیفها و یا ستونها. وزنی که به شب هر ردیف و یا هر ستون تعلق می‌گیرد با تعداد نقاط آن ردیف و یا آن ستون برابر است.^[1,11].
اما در روش باقی مانده‌های متقارن ابتدا شب ردیفها (و ستونها) محاسبه می‌شود. سپس با در نظر گرفتن ضریب وزنی برای هر ردیف و یا هر ستون بهترین شب سطح مستوی در جهت ردیفها و یا ستونها محاسبه می‌گردد. تفاوت این روش با روش میانگین وزنی در این است که در این روش از حداقل مربعات برای محاسبه بهترین شب در هر سطر و یا ستون استفاده نمی‌شود. گرچه به نظر می‌رسد که فرمول‌های این روش مفصل‌تر از سایر روش‌های با دقت معادل هستند، حجم محاسبات آن با حجم محاسبات روش‌های دیگر تفاوت چندانی ندارد.^[1,7]

۲- روش سطوح غیر مستوی

در این روش برخلاف روش قبل زمین تسطیح شده به یک سطح مستوی تبدیل نشده بنابراین دارای شبیه‌های غیر یکنواخت خواهد بود. ولی این شبیه‌ها در محدوده شبیه‌های مجاز برای آبیاری می‌باشند. در این روش چون زمین تسطیح شده به شکل زمین واقعی نزدیک‌تر است بنابراین حجم عملیات خاکی لازم برای تسطیح کاهش می‌یابد.

اساس این روش‌ها بر وجود چند شب مختلف در هر جهت (طولی و عرضی) استوار است. برای محاسبه این شبیه‌ها و طول هر شب از برنامه ریزی خطی استفاده می‌شود. دقت محاسبات در این دسته از روش‌ها معادل دقت روش‌های قبل است. نقص عمدۀ این روش‌ها در مشکلات اجرایی آن است.^[2,10]

محاسبه احجام عملیات خاکی

برای محاسبه احجام عملیات خاکی روش‌های متفاوتی توسط محققین مختلف ارائه شده است. از جمله این روش‌ها، روش چهار نقطه^۱، روش شبه منشوری و روش جمع زدن^۲ و روش شیه و کریز^۳ را می‌توان نام برد. در این روش‌ها زمین را به سلولهای مساوی مربع یا مستطیل شکل تقسیم می‌کنند سپس حجم هر مکعب را محاسبه می‌کنند و از جمع احجام این سلولها حجم عملیات خاکی کل حاصل می‌شود.^[1,11].

- 1. Four point method
- 2. Prismoidal Formula and Summation method
- 3. Shih and Kriz Method

^۱- این روش تحت عنوان End Area Method نیز نامیده می‌شود

بطور کلی هیچ یک از روش‌های فوق حجم دقیق خاکبرداری (و یا خاکریزی) را بدست نمی‌دهند. زیرا هر کدام از آنها بر فرضیاتی متکی است که تا حدود با واقعیت تفاوت دارد. در هر یک از روش‌هایی که شرح داده شد سطح طبیعی زمین بین دو نقطهٔ متواالی شبکه به شکل خاصی فرض گردیده است. در روش جمع

زدن فرض بر آن است که ارتفاع سطح طبیعی زمین در فاصله $\frac{D}{2}$ از هر طرف یک نقطه، ثابت است. که D

طول ضلع سلول مربعی است. در روش چهار نقطه سطح طبیعی زمین بین دو نقطهٔ متواالی یک خط مستقیم با شیب یکنواخت فرض شده است. در روش شیه و کریز این سطح یک منحنی مواج تصور گردیده است.

اما سطح طبیعی زمین بین دو نقطهٔ متواالی با هیچ یک از فرضیات فوق تطابق ندارد. این سطح در واقع یک

منحنی کاملاً نامنظم است که نمی‌توان آن را با یک معادله مشخص کرد.[1,7,9,11]

به دلایل مختلفی در عمل حجم خاکبرداری را باید بیشتر از حجم خاکریزی در نظر گرفت. در قسمت خاکریزی بر اثر عبور ماشینهای تسطیح خاک فشرده می‌شود طوری که لزوم افزایش خاکبرداری را سبب می‌گردد. گرچه به نظر می‌آید که زمین در قسمتهایی که خاکبرداری شده فشرده‌تر شود. زیرا عبور ماشینها تسطیح در این قسمتها بیشتر است اما بررسی‌های انجام شده بر روی خاکهای معدنی خشک خلاف این مطلب را نشان داده است.[1,11].

مار^۱ معتقد است که بر اثر خطای باصره، قسمت وسط زمین تراز بین دو میخ چوبی به نظر فرو رفته می‌آید. در نتیجه رانندگان ماشینهای تسطیح خاک بیشتری در این قسمت می‌ریزند. لذا بجای یک سطح مستوی یک سطح نا صاف بدست می‌آید. بنابراین باید صفحهٔ تسطیح را مقداری پایین کشید تا مقدار حجم خاکبرداری از خاکریزی بیشتر شود. برای مشخص کردن میزان پایین آوردن صفحهٔ روشهای مختلفی ارائه شده است. در تمامی این روشهای مجدداً با فرض برابر بودن وزن هر نقطهٔ میزان پایین آوردن صفحه را مشخص می‌کند. رابطه (۱) نمونه‌ای از این فرمولها است که در زیر ارائه شده است.

$$d = \frac{1+R}{2RN} (R \sum F - \sum C) \quad (1)$$

در این معادله d میزان ارتفاعی است که صفحهٔ تسطیح باید تعديل شود. R نسبت خاکبرداری به خاکریزی مناسب، N تعداد کل نقاط، F ارتفاع خاکریزی در هر نقطه، و C ارتفاع خاکبرداری در هر نقطه است.

علاوه بر فرض مساوی بودن اوزان، در این روش فرض دیگری نیز وجود دارد که باقی ماندن هر نقطه در وضعیت قبلی خود است. یعنی اگر نقطه‌ای قبل از تعديل کردن احجام در خاکریزی باشد بعد از تعديل نیز فرض می‌شود که در حالت خاکریزی باقی می‌مانند. این شرط زمانی درست است که مقدار خاکریزی تمام نقاط از d بدست آمده از رابطه (۱) بزرگتر باشد. در صورتی که در عمل چنین نیست.

صرف نظر از روش تسطیح و روش محاسبه حجم مراحل تسطیح شامل:

برداشت نقاط با استفاده از یک شبکه متعامد، محاسبه شبیه‌های صفحه تسطیح، محاسبه میزان تعديل ارتفاع صفحه تسطیح شده، و محاسبه احجام عملیات خاکی می‌باشد.

مواد و روشها

به منظور کاهش حجم محاسبات دو فرض زیر در تمام روش‌های تسطیح پذیرفته شده است:

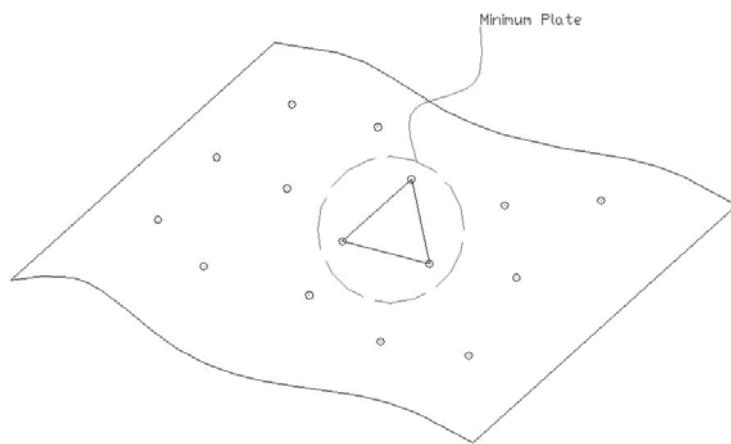
- ۱- ارتفاع هر نقطه نمایانگر ارتفاع نقاط در سطح مساوی با سطح هر سلول از شبکه تسطیح می‌باشد. این بدان معناست که برای ارتفاع هر نقطه در شبکه وزن مساوی اختصاص داده می‌شود. در صورتی که این اوزان برای نقاطی که در گوشه‌ها یا کناره‌های زمین قرار دارند با دیگر نقاط متفاوت است.
- ۲- مرکز ثقل زمین با استفاده از فرض برابری اوزان محاسبه می‌شود این امر از ابتدا خطاب وارد محاسبات کرده، باعث می‌شود که صفحه تسطیح از نقطه‌ای بگذرد که احجام در آن بهینه نیست. یعنی در واقع حجم خاکبرداری و خاکریزی با هم برابر نیست در صورتی که محاسبات، حجم برابر را نشان می‌دهد. این خطای محاسباتی زمانی که مزرعه دارای گوشه‌های متعدد و یا زوایای تند است تشديد می‌شود. فرض برابر بودن اوزان هر نقطه خطاهایی نیز در محاسبه احجام عملیات خاکی وارد می‌کند که منجر به پایین آمدن دقت محاسبات و یا حذف شدن برخی از قسمتهای زمین واقعی در روند محاسبه احجام عملیات خاکی می‌گردد.

روش پیشنهادی در این مقاله بگونه‌ای است که خطاهای یاد شده را به حداقل می‌رساند. در این روش ابتدا با استفاده از نقاط نقشه برداری شده یک شبکه مثلثی تشکیل می‌شود. سپس با در نظر گرفتن مرزهای زمین، شبکه بر تمام نقاط سطح زمین گسترش داده می‌شود. پس از آن با استفاده از روش میانگین وزنی شبیه‌ای بهینه تعیین می‌گردد. به این ترتیب مشخصات صفحه تسطیح محاسبه می‌گردد. با محاسبه احجام عملیات خاکی و مقایسه آن با معیارهای مورد نظر امکان تعديل صفحه تسطیح میسر می‌شود. در این مقاله از روش نیوتن رافسون برای تعیین موقعیت مطلوب صفحه تسطیح بهره گرفته شده است.

روش Composite

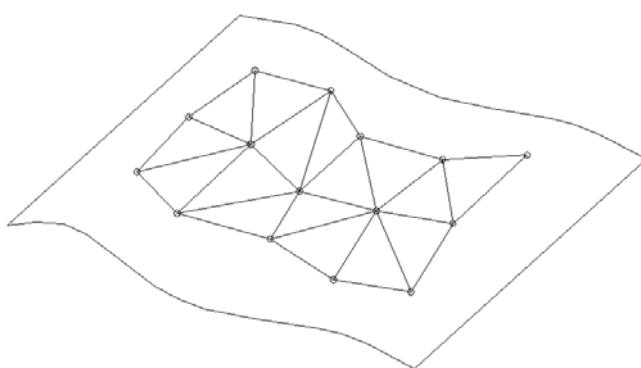
مبانی محاسبات این روش استفاده از منشورهای مثلثی با حداقل حجم ممکن است. برای محاسبه حجم یک جسم لازم است مساحت سطوح ابتدا و انتها و نیز فاصله رئوس این سطوح از یکدیگر مشخص باشد. بنابراین در مرحله اول باید سطوح ابتدایی و انتهایی را تشکیل داد.

تشکیل این سطح برای زمین بعد از تسطیح ساده است زیرا این سطح شامل یک صفحه با شبیه‌های ثابت است. اما سطح زمین طبیعی را بدلیل وجود ناهمواریها، نمی‌توان با یک صفحه با شبیه‌های ثابت مدل کرد. از نظر عددی این سطح را می‌توان به بی‌نهایت صفحه با شبیه‌های متغیر تقسیم کرد که هر چه مساحت این سطوح کوچکتر باشد شکل کلی به دست آمده به شکل سطح اصلی نزدیک تر خواهد بود.



شکل ۱- کوچکترین صفحه‌ای که می‌توان در میان نقاط نقشه برداری شده برای مدل کردن سطح زمین ایجاد کرد.

در نقشه برداری نقاط با تراکم خاصی برداشته می‌شوند. بنابراین صفحات را تا زمانی می‌توان کوچک کرد که حداقل سه نقطه نقشه برداری شده برای محاسبه شبیه‌ای صفحه درون آن قرار گیرد (شکل ۱). بنابراین اولین مرحله، ایجاد این صفحات و تشکیل مدل زمین واقعی است. این صفحات کنار هم را که برای تشکیل مدل زمین واقعی ایجاد شده اند از این پس سطح زمین طبیعی می‌نامیم (شکل ۲). نمونه‌ای از این سطح را نشان می‌دهد.

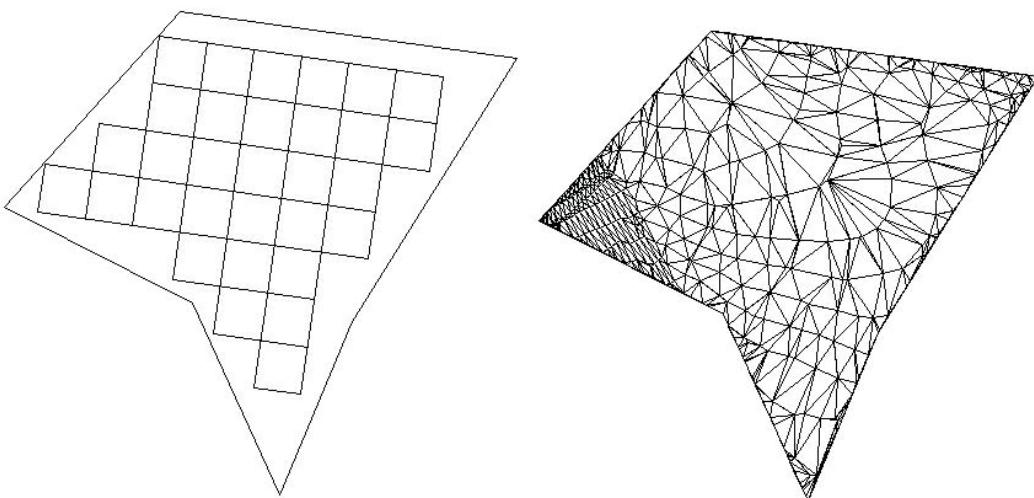


شکل ۲- ایجاد صفحات مثلثی، برای مدل کردن زمین طبیعی

باید توجه داشت که در رأس هر یک از این صفحات یک نقطه نقشه برداری شده وجود دارد. با داشتن رئوس مربوط به این صفحات می‌توان معادله هر صفحه را در فضا بدست آورد. با استفاده از این معادلات می‌توان ارتفاع نقاطی را که در میان نقاط نقشه برداری شده نیستند با میانیابی محاسبه کرد. مزیت استفاده از این روش آنست که دیگر نیازی به نقشه برداری متعامد نیست. یعنی اینکه می‌توان با استفاده از نقاط برداشت شده در نقشه برداری تاکئومتری، رقوم نقاط مورد نیاز برای شبکه بندی در تسطیح را با

میانیابی بدست آورد. در نتیجه هزینه نقشه برداری متعادل، که در عملیات تسطیح قابل توجه است با این روش حذف می‌شود.

با استفاده از این روش می‌توان سطح زمین را با دقت بیشتر مدل کرد. زیرا که در این روش از صفحات مثلثی بجای صفحات مربع یا مستطیل استفاده می‌شود و این صفحات مثلثی در واقع می‌توانند کوچکتر از صفحات چهار گوشه باشند. مزیت دیگر استفاده از صفحات مثلثی، ایجاد منشورهای سه وجهی در محاسبه حجم است. در واقع در محاسبه حجم یک جسم نا متوازن هرچه که این جسم، به احجام کوچکتری تقسیم شود، مجموع این احجام به حجم جسم اصلی نزدیکتر است. چون سطح زمین طبیعی را به کوچکترین صفحات ممکن تقسیم کرده‌ایم بنابراین منشورهای ایجاد شده از این صفحات کمترین حجم ممکن را دارا خواهد بود. در نتیجه دقت حجم بدست آمده در این روش از روش‌های متداول بیشتر است. همچنین در روش‌های متداول بدلیل استفاده از سلولهای مربعی و یا مستطیلی نمی‌توان تمامی گوشه‌ها و زوایای زمین‌ها را در نظر گرفت. بنابراین بخشایی از زمین از محاسبات خارج می‌شوند (شکل ۲ الف). که منظور نکردن این بخشها به میزان خطای برآورده می‌آفزايد. اما استفاده از سلولهای مثلثی این امکان را می‌دهد که هر شکلی از زمین بخوبی مدل شود و هیچ قسمی از روند محاسبه احجام خارج نشود (شکل ۳ ب).



شکل ۳- اختلاف بین محدوده زمین در نظر گرفته شده در روش Composite و زمین در نظر گرفته شده در روش‌های دیگر محاسبه حجم

به سطوح‌های ایجاد شده در مرحله قبل مدل شبکه مثلثی نامنظم^۱ می‌گویند. این مدل‌ها در ابتدا برای شبیه سازی سطح زمین جهت ایجاد نقشه‌های توپوگرافی بکار گرفته شده اند و سپس در نرم افزارهای کاربردی

1. Triangular Irregular Network (TIN)

GIS مورد استفاده قرار گرفتند ولی تا کنون از آنها جهت انجام محاسبات تسطیح استفاده نشده است [4,6].

پس از ایجاد شبکه مثلثی برای زمین طبیعی با استفاده از میان یابی ارتفاع نقاط لازم برای تعیین شبیهای بهینه برای صفحه تسطیح محاسبه می‌شود. با استفاده از روش میانگین گیری وزنی شبیهای بهینه در هر دو جهت طولی و عرضی محاسبه می‌شوند و در نهایت اولین معادله صفحه تسطیح بصورت زیر بدست می‌آید.

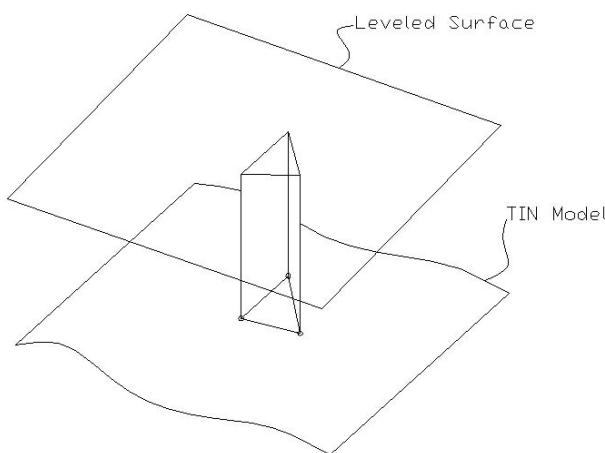
$$Z(X, Y) = S_x(X) + S_y(Y) + Z_{(0,0)} \quad (2)$$

در این معادله $Z(X, Y)$ ارتفاع هر نقطه بطول X و عرض Y , $Z(0,0)$ ارتفاع صفحه تسطیح در مبدأ مختصات, S_x و S_y شب صفحه تسطیح در جهت محورهای X و Y است.

حال باید صفحات مثلثی مدل TIN را بر روی صفحه تسطیح تصویر کرد. در واقع با داشتن معادله صفحه تسطیح و مختصات رئوس هر مثلث، مختصات نقاط هر راس را در معادله (2) قرار داده و ارتفاع آن نقطه را ببروی صفحه تسطیح بدست می‌آوریم شکل ۴ نشان دهنده نتایج حاصل از این مرحله است.

پس از این مرحله در منشورهای سه وجهی ایجاد می‌شوند که کافی است حجم آنها را محاسبه کنیم. منشورهای ایجاد شده دارای دو حالت کلی هستند.

- ۱- تمام رئوس منشور در خاکبرداری و یا در خاکریزی قرار گیرد.
- ۲- وضعیت یکی از راسها خلاف دو راس دیگر باشد (یکی در خاکبرداری و دو راس دیگر در خاکریزی و یا عکس آن)



شکل ۴- منشور سه وجهی ایجاد شده برای محاسبه حجم

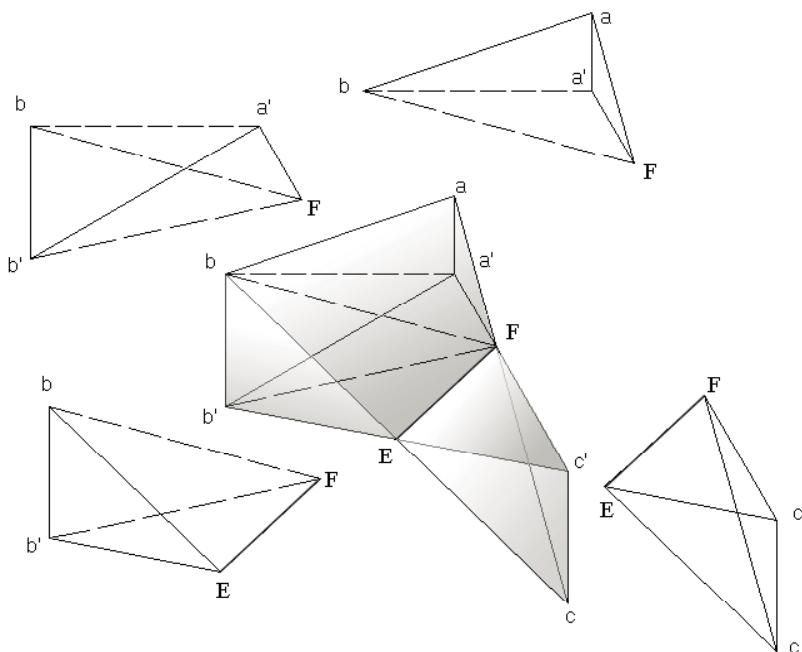
برای حالت اول حجم هر منشور را با استفاده از رابطه (۳) قابل محاسبه می‌باشد.

$$V = A \times \left(\frac{\sum_{i=1}^{i=3} h_i}{3} \right) \quad (3)$$

در این رابطه V حجم منشور، A سطح قاعده آن و h_i میزان ارتفاع خاکبرداری و یا خاکریزی در هر رأس است.

برای محاسبه حجم منشور در حالت دوم با فرض خطی بودن تغییرات ارتفاع بین هر دو رأس، هر منشور به چند هرم (گوه) تقسیم می‌شود که حجم هر کدام از این هرم‌ها را از رابطه زیر محاسبه می‌کنیم

$$V = A \times \frac{1}{3} h \quad (4)$$



شکل ۵- نحوه تقسیم کردن منشور به چند هرم

در این رابطه نیز V حجم هرم، A مساحت قاعده آن و h ارتفاع عمود بر قاعده است.

نحوه تقسیم کردن منشور به هرم در حالت دوم در شکل ۵ دیده می‌شود. در این شکل مثلث abc یکی از مثلث‌های شبکه مثلثی زمین طبیعی است. و مثلث $a'b'c'$ تصویر این مثلث بر روی صفحه تسطیح است. با محاسبه هر جزء حجم در کل شبکه و جمع کردن آنها با یکدیگر حجم عملیات خاکی کل محاسبه می‌شود.

نتایج و بحث

همانگونه که ذکر شد تعديل احجام عملیات خاکی در تسطیح اهمیت بسیار زیادی دارد. روش‌هایی که برای محاسبه مقدار تغییرات صفحه تسطیح وجود دارند بر اساس روش‌های آماری استوارند (روش مار). قبل از نتایج این روش‌ها ذکر گردید. جهت رفع این نتایج روش زیر پیشنهاد می‌گردد.

کاربرد روش نیوتون رافسون در تعديل احجام

حجم محاسبه شده بین سطح زمین طبیعی و سطح زمین تسطیح شده در واقع تابعی از ارتفاع صفحه تسطیح خواهد بود بنابراین می‌توان این رابطه را بصورت زیر بیان کرد.

$$V = f(h) \quad (5)$$

در این رابطه V حجم عملیات خاکی، h ارتفاع صفحه تسطیح و f تابعی است که رابطه بین h و V را بیان می‌کند. رابطه (5) به دو تابع تقسیم می‌شود یک تابع حجم عملیات خاکریزی و دیگری حجم عملیات خاکبرداری را بیان می‌کند.

$$V = f(h) = \begin{cases} V_{\text{cut}} = f_c(h) \\ V_{\text{fill}} = f_f(h) \end{cases} \quad (6)$$

اگر نسبت حجم خاکبرداری به خاکریزی را R بنامیم، داریم:

$$R = \frac{V_{\text{cut}}}{V_{\text{fill}}} = \frac{f_c(h)}{f_f(h)} = G(h) \quad (7)$$

بنابراین R نیز تابعی از h خواهد بود. برای محاسبه نسبت خاکبرداری به خاکریزی معین تابع به صورت زیر بدست می‌آید.

$$G(h) = R_d \quad (8)$$

که R_d نسبت خاکبرداری به خاکریزی دلخواه است. رابطه (8) را می‌توان به صورت زیر نشان داد.

$$K(h) = G(h) - R_d \quad (9)$$

در این رابطه $K(h)$ تابعی است که میزان آن در ارتفاع خاصی که برابر ارتفاع لازم برای رسیدن به میزان نسبت خاکبرداری به خاکریزی مناسب است، برابر صفر خواهد بود.

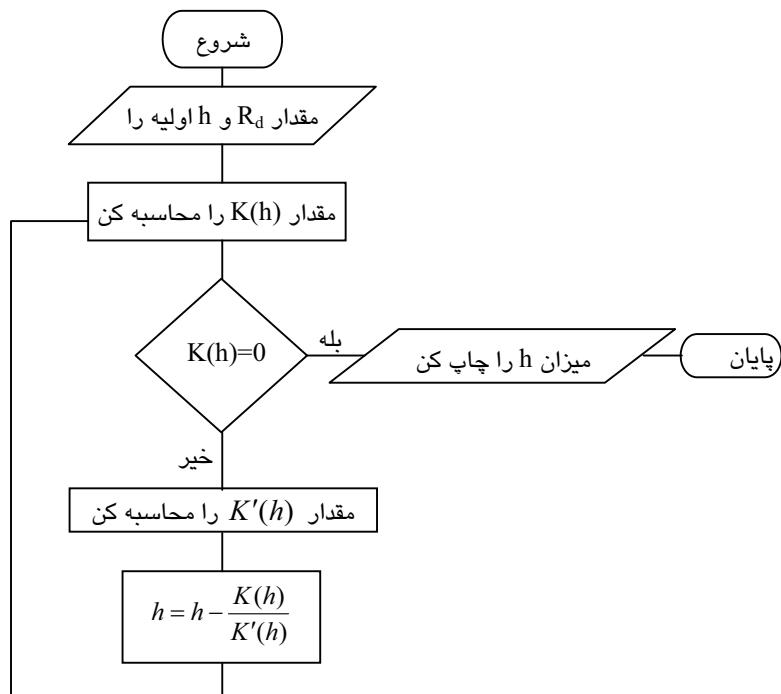
برای حل این معادله می‌توان از روش‌های عددی مختلفی استفاده کرد. در میان روش‌های عددی روش نیوتن رافسون سریع‌تر از بقیه به جواب همگرا می‌شود. در این مقاله از این روش برای حل عددی معادله (۹) استفاده شده است. روش نمای این مرحله را می‌توان در شکل (۶) مشاهده کرد.

برای شروع محاسبات لازم است که ارتفاعی به صورت اولیه و حدسی در نظر گرفته شود. هر چه این حدس به مقدار واقعی نزدیکتر باشد، تعداد تکرارها برای همگرا شدن جواب کمتر خواهد بود. در این قسمت برای شروع محاسبات می‌توان از ارتفاع میانگین نقاط سطح زمین استفاده کرد.

برای تعیین موقعیت جدید صفحه تسطیح به کمک روش نیوتن رافسون ضروری است که مشتق تابع محاسبه شود. برای محاسبه این مشتق از روش مشتق‌گیری عددی استفاده شده است. یعنی از تعریف مشتق برای محاسبه آن استفاده شده. به این ترتیب که تابع $K(h)$ را به ازاء موقعیت h و $h + \Delta h$ محاسبه و بصورت زیر به کار گرفته شده است.

$$K(h) = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \left(\frac{K(h) - K(h + \Delta h)}{\Delta h} \right) \quad (10)$$

با استفاده از این روش و ترکیب آن با روش Composite در محاسبه احجام عملیات خاکی می‌توان ارتفاع تعديل شده را با دقت مورد نظر بدست آورد.



شکل ۶- روش نمای روش نیوتن رافسون برای محاسبه میزان تعديل ارتفاع

با درنظر گرفتن روش جدید در تسطیح مراحل تسطیح بصورت زیر خواهد بود.

- ایجاد مدل TIN
- میانیابی نقاط شبکه بر روی مدل TIN
- محاسبه شبیهای بهینه با استفاده از روش میانگین وزنی.
- محاسبه احجام عملیات خاکی
- تعديل صفحه تسطیح به روش نیوتن رافسون
- محاسبه میزان خاکبرداری و خاکریزی در هر نقطه

برای ارائه برتری روش پیشنهادی نسبت به روش‌های متداول ضروری است با استفاده از داده‌های واقعی مزرعه، محاسبات را انجام داده و نتایج را با یکدیگر مقایسه کرد. اما بدلیل وجود خطاهایی نظری خطای نقشه برداری و پیاده سازی نقاط، خطای محاسبه احجام عملیات خاکی در عمل و خطای ماشین آلات در حین اجرا نمی‌توان میزان دقیق احجام و ... را در عمل محاسبه کرد. بنابراین ناگزیر باید مسئله را بگونه‌ای طرح کرد که بتوان پارامترهای مورد نیاز را با استفاده از روش‌های ریاضی بصورت تحلیلی محاسبه کرد. لذا دو مثال ارائه گردیده و با استفاده از انتگرال‌گیری عددی مقادیر واقعی جوابهای محاسبه شده است.

مثال ۱

ارتفاع صفحه مسطحی که حجم عملیات خاکریزی و خاکبرداری را در نیم کره‌ای به شعاع یکصد متر برابر می‌سازد، پیدا کنید.

مثال ۲

ارتفاع صفحه مسطحی که حجم عملیات خاکریزی و خاکبرداری را در نیم بیضی ای به شعاع بزرگ یکصد متر و شعاع کوچک ۵۰ متر برابر می‌سازد، پیدا کنید.

این دو مثال را ابتدا با یکی از برنامه‌های کامپیوتری DOLF¹ که در دفاتر مهندسین مشاور مورد استفاده می‌باشد حل می‌کنیم . تعداد نقاط بکار رفته در هر دو مثال برابر است با ۶۹ نقطه به این ترتیب مساحت هر مربع 400 m^2 است . نتایج بدست آمده در جدول ۱ قید شده است .

جدول ۱- نتایج بدست آمده از روش‌های متدالو

| مثال | حجم عملیات خاکی (خاکبرداری) (m3) | مساحت (m2) | ارتفاع صفحه تسطیح (m) |
|----------|----------------------------------|------------|-----------------------|
| نیم کره | ۳۶۸۹۰۴ | ۳۵۹۴۰ | ۶۲/۹ |
| نیم بیضی | ۱۸۷۳۰۶ | ۳۵۹۴۰ | ۳۱/۰۵ |

برای حل مثالهای فوق با روش پیشنهادی و به منظور قابل مقایسه کردن نتایج دو روش از همان نقاط ارتفاعی که در بخش اول استفاده شده، در اینجا نیز بهره گرفته شده است. یعنی در واقع تراکم نقاط در سطح، در هر دو روش کاملاً برابر است. اما در این بخش به جای شبکهٔ مربع از شبکهٔ مثلثی استفاده شده است . نتایج حل مثال با روش پیشنهادی در جدول ۲ قید شده است .

جدول ۲ نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی

| مثال | حجم عملیات خاکی (خاکبرداری) (m3) | مساحت (m2) | ارتفاع صفحه تسطیح (m) |
|----------|----------------------------------|------------|-----------------------|
| نیم کره | ۳۱۸۷۴۰ | ۳۱۲۶۰ | ۶۵/۹ |
| نیم بیضی | ۱۵۶۰۶۵ | ۳۱۲۶۰ | ۳۳/۰۵ |

نتایج حل تحلیلی در نیم کره منجر به صفحه‌ای شده که ارتفاع آن از کف ۶۶/۷ متر و مساحت آن ۲۱۴۱۵/۹ متر مربع، حجم عملیات خاکبرداری و خاکریزی آن نیز معادل ۳۱۰۲۸۰ متر مکعب است . حل تحلیلی مثال نیم بیضی نیز به صفحه‌ای با ارتفاع ۳۳/۲۲ متر از کف، مساحت ۲۱۴۱۵/۹ متر مربع و حجم عملیات خاکی ۱۵۵۱۲۳ متر مکعب منجر شده است. به این ترتیب امکان مقایسه نتایج دو روش میسر می‌شود . نتایج مقایسه در جدول ۳ ارائه شده است .

جدول ۳ درصد خطاهای دو روش در محاسبه پارامترهای مختلف

| مثال | روش | ارتفاع صفحه تسطیح | مساحت | حجم عملیات خاکی |
|----------|--------|-------------------|-------|-----------------|
| نیم کره | متداول | ۵/۷ | ۱۴/۴ | ۱۸/۹ |
| | جدید | ۱/۲ | ۰/۵ | ۲/۷ |
| نیم بیضی | متداول | ۶/۹ | ۱۴/۴ | ۲۰/۷ |
| | جدید | ۰/۸ | ۰/۵ | ۰/۶ |

در این جدول محاسبه ارتفاع مرکز سطح، مساحت سطح و حجم عملیات خاکی مورد مقایسه قرار گرفته است. درصد خطأ با استفاده از رابطه ۱۱ محاسبه گردیده است.

$$\text{Error} (\%) = \frac{\text{Ans}_{\text{anl}} - \text{Ans}_{\text{Calc}}}{\text{Ans}_{\text{anl}}} \times 100 \quad (11)$$

که در آن Error: میزان خطأ به درصد

Ans_{anl} : جواب ناشی از حل تحلیلی و Ans_{Calc} : جواب محاسبه شده است.

اختلاف موجود در میزان خطای محاسبه شده در دو مثال بدليل انحنای کمتر نیم بیضی نسبت به نیم دایره است. یعنی در هنگام مثلث بندی سطح نیم بیضی فرض خطی بودن تغیرات بین دو نقطه (مسطح بودن صفحات مثلثی) به واقعیت نزدیکتر است. بنابراین خطای کمتری در محاسبات ایجاد می‌شود.

این جدول نشان می‌دهد که میزان خطای روش پیشنهادی در تمام موارد یاد شده به طور قابل توجهی از روش متداول کمتر است طوری که در تعیین حجم عملیات خاکی خطای روش متداول ۷ برابر خطای روش پیشنهادی است. این امر برتری روش پیشنهادی را به خوبی روشن می‌سازد. باید یادآوری کرد که در زمینهای طبیعی گوشه دار اختلاف خطاهای از این مقدار هم می‌تواند فراتر رود.

نتیجه‌گیری

خطاهای محاسباتی روش‌های متداول تسطیح اراضی مورد بررسی قرار گرفته است. برای به حداقل رساندن این خطأ از روشی جدید، در محاسبات احجام اجسام عملیات خاکی بر مبنای مثلث بندی نامنظم استفاده شده است. در محاسبه ارتفاع صفحه تسطیح نیز، روش نیوتون-رافسون بکار رفته است. برای استفاده از این روش یک بسته نرم افزاری نیز طراحی گردید. همچنین نشان داده شد که خطای محاسبات این روش بسیار کمتر از خطای روش‌های دیگر است.

مرحله دوم

انتخاب ابزارها:

در تولید مدلی با توانایی‌های فوق به دو دسته ابزار نیاز است. محیط برنامه نویسی و محیط گرافیکی برداری جهت اخذ برخی داده‌ها و تولید نقشه‌های خروجی

انتخاب محیط برنامه‌نویسی

محیط‌های برنامه نویسی متعددی جهت انجام محاسبات و تولید رابط کاربر گرافیکی GUI وجود دارد که میتوان برنامه‌های VC , VB , VBA , Delphi و ... را نام برد.

از تمامی این محیط‌ها می‌توان جهت تولید مدل تسطیح استفاده کرد اما در این میان محیط VBA بدليل برقرار ارتباط مستقیم با محیط گرافیکی جهت انجام بخشی از محاسبات و طراحی GUI انتخاب شد.

ابزار گرافیکی:

نرم افزارهای متعددی جهت ترسیم نقشه‌ها و جداول بصورت برداری وجود دارد که از این میان می‌توان AutoCAD و Micro Station و ... را نام برد. با توجه به این که AutoCAD متداول‌تر از بقیه نرم افزارها است و براحتی با محیط‌های برنامه نویسی ارتباط برقرار می‌کند. بنابراین این محیط به عنوان محیط گرافیکی انتخاب شد.

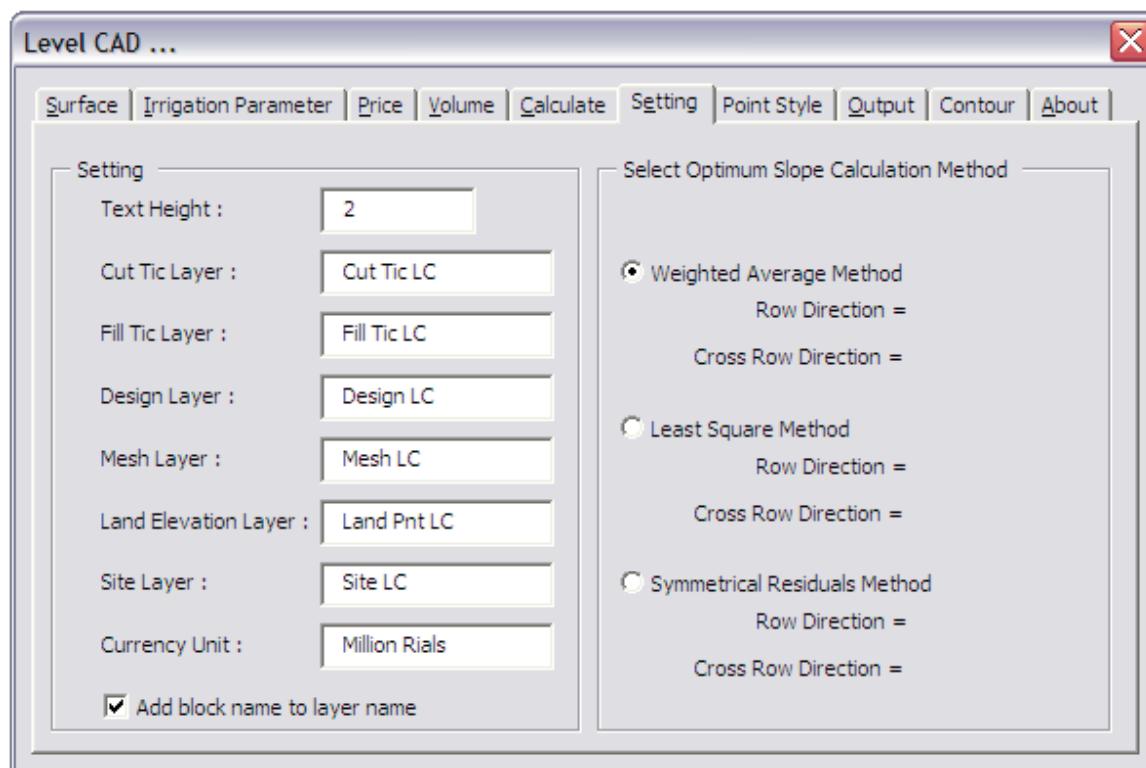
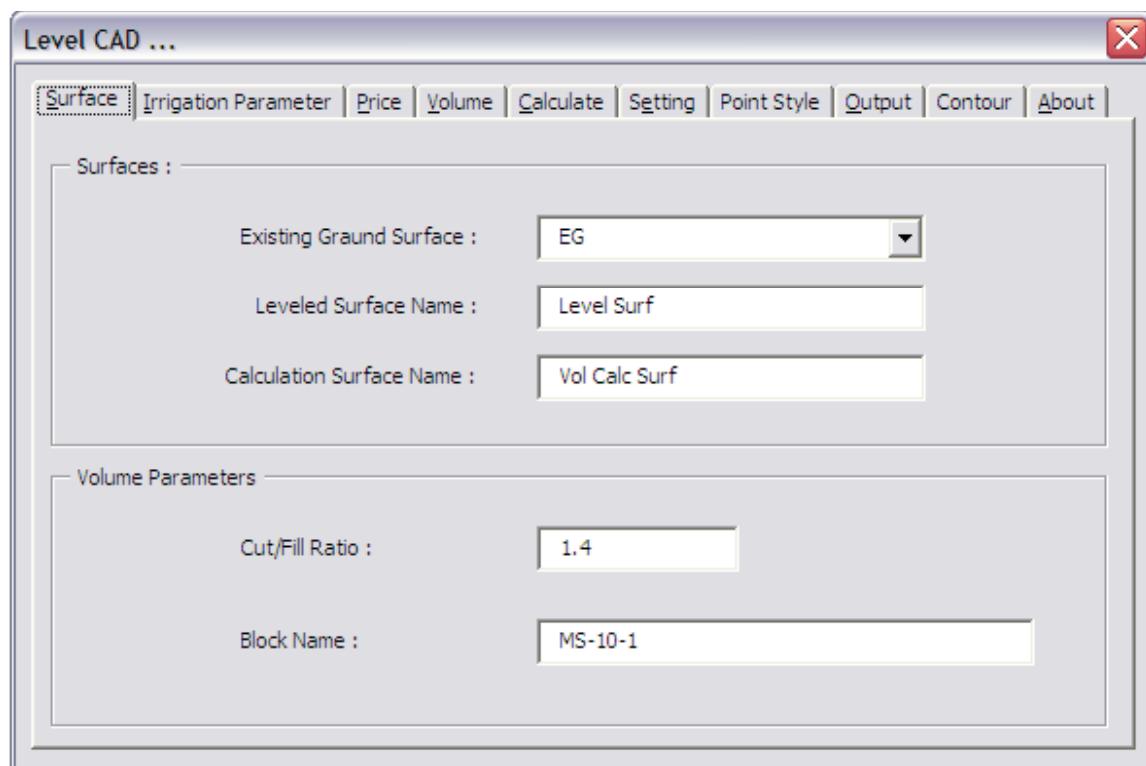
ابزارهای محاسباتی

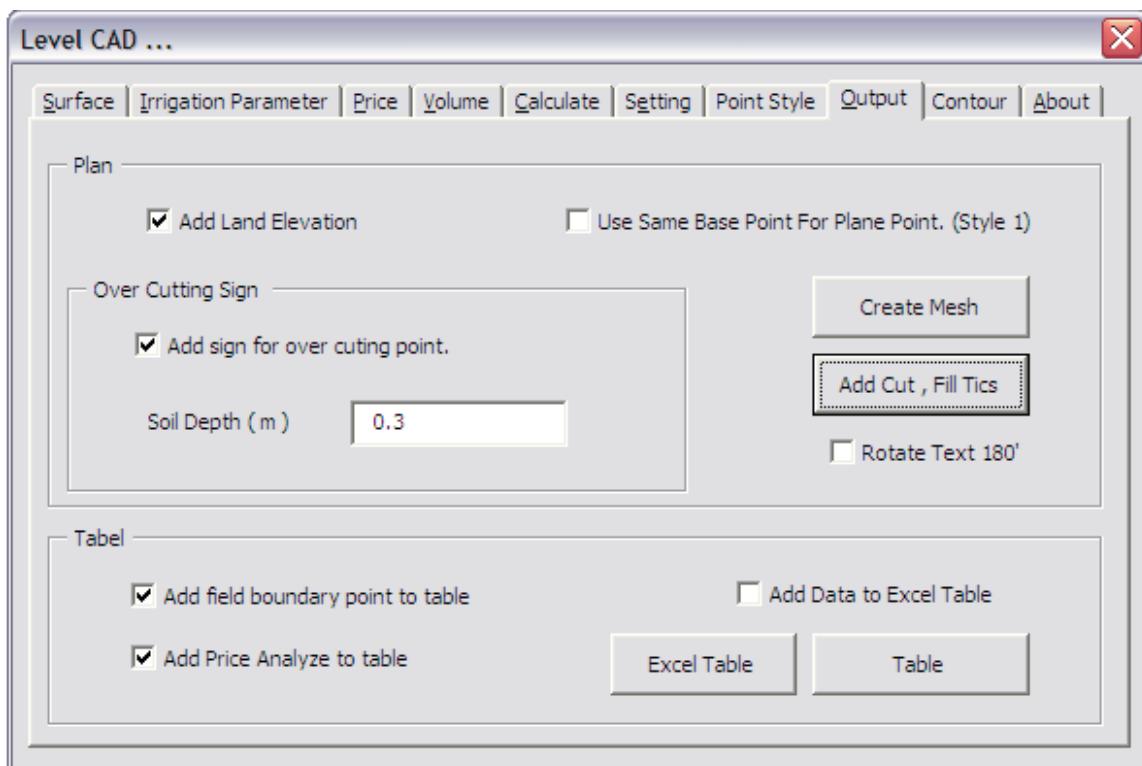
از نیازهای اصلی مدل محاسباتی، استفاده از روش TIN (مثلث بندی نامنظم) است. یکی از ابزارهای مناسبی که جهت تولید TIN وجود دارد نرم افزار Land Development است که به محیط اضافه می‌شود. از این نرم افزار می‌توان برای ترسیم خطوط توپوگرافی نیز استفاده کرد. برای تهیه جداول اخذ داده و یا گزارش گیری از احجام عملیات خاکی در برنامه نیز می‌توان از برنامه Excel استفاده کرد. پس در مجموع ابزارهای زیر انتخاب گردید.

Visual Basic Application , VB
AutoCAD Land Development Desktop
Office Web Component

برنامه نویسی

تولید کدهای برنامه با رعایت استانداردهای برنامه نویسی صورت گرفت و پس از نوشتن کدهای مورد نیاز و تستهای اولیه برنامه جهت تست نهایی در اختیار کاربران متعددی قرار گرفت تا خطاهای پنهان برنامه مشخص شود. پس از انعام این آزمایش با استفاده از مهندسی مجدد الگوریتمها بهینه شد. استفاده از روش فوق منجر به دریافت گواهی شورای عالی انفورماتیک گردید. تصویر تعدادی از پنجره‌های برنامه در حال اجرا در ادامه آمده است.





مراجع

- ۱- ابن جلال، ر. ۱۳۷۷ . تسطیح ارضی طراحی و محاسبات . چاپ دوم. انتشارات دانشگاه شهید چمران . صفحه ۲۰۹.
- ۲- Afshar, A. & M. A. Mariño. 1992. An optimum land leveling technique for surface irrigation. International Journal of Engineering Vol. 3(1a): 31-42.
- ۳- Anderson, C. et al. 1980. Land shaping In: Design and Operation of Farm Irrigation System. American society of Agricultural Engineers, St. Joseph, Mich., 281-314.
- ۴- Chuangyin, D. 1995. Triangulations and Simplicial Methods, Pub. Springer-Verlag , 196 pages
- ۵- Easa, S. M. 1989. Direct land grading design of irrigation of irrigation plane surface. J. Irrig. And Drain. Engrg., ASCE,Vol . 115(2): 285-301.
- ۶- Paul, L. G. & Houman, B., 1998. Delauney Triangulation and Meshing: Application to Finite Elements, Pub. Kogan Page Ltd , 413 pages
- ۷- Raju, V. 1960. Land grading for irrigation. Trans. American Society of Agricultural Engineers. Vol . 3(1): 38-41
- ۸- Scaloppi, E. & Willardson, L. 1986. Practical land grading based on least squares. J. Irrig. And Drain. Engrg., ASCE, Vol 112(2): 98-109.
- ۹- Shih, S. and Kriz, G. 1971. Symmetrical residuals method for land forming design. Trans. American Society of Agricultural Engineers.Vol. 14(6):1195-1200
- ۱۰-Sowell, R.,Shih, S. and Kriz, G. 1973. Land forming design by linear programming. Trans. American Society of Agricultural Engineers. Vol . 16(3): 296-301
- ۱۱- Soil Conservation Service, 1961. Land leveling. In Section 15, Irrigation, Soil Conservation Service Handbook, U. S. Dept. of agriculture, Washington, D.C.
- ۱۲-Utah University , 1992. Level Gram User manual. Irrigation and Reclamation Dept. U.S.A

کارگاه آموزشی مدلسازی در آبیاری و زهکشی

۱۴۰۲ آذر ماه ۱۴۳۸

شبیه‌سازی حرکت آب در خاک با استفاده از مدل ۱D-HYDRUS

فریبرز عباسی^۱

چکیده

مدل ۱D-HYDRUS یکی از مدل‌های پیشرفته در ارتباط با حرکت یک بعدی آب، املاح و گرما و خاک می‌باشد. این مدل توسط سیمیونک و همکاران^۲ در آزمایشگاه، شوری خاک آمریکا^۳ بسط داده شده است. این مدل شامل حل عددی معادله ریچاردز برای بررسی حرکت آب در خاک و معادلات انتقال-انتشار برای بررسی حرکت املاح و گرما در خاک است. معادلات مربوطه به روش عناصر محدود حل گردیده‌اند. این مدل قادر به شبیه‌سازی در شرایط اشباع و غیر اشباع بوده و توانایی تخمین خصوصیات خاک به روش معکوس را دارد. در این مقاله به معرفی بخش‌های مختلف مدل، نحوه وارد کردن داده‌های ورودی و استفاده از خروجی‌های مدل و یک مثال کاربردی حرکت آب در خاک نیز با استفاده از این مدل حل و تشریح گردیده است.

معادلات حاکم

در مدل ۱D-HYDRUS حرکت یک بعدی آب در خاک با استفاده از حل عددی رابطه ریچاردز به صورت ذیل بیان می‌شود:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(\theta) \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \cos \alpha \right) \right] - S \quad (1)$$

۱- عضو هیأت علمی (استادیار) مؤسسه تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی

(کرج، بلوار شهید فهمیده روپرتوی بانک کشاورزی، ص. پ ۳۱۵۸۵-۸۴۵ مؤسسه تحقیقات فنی و مهندسی کشاورزی، تلفن: ۰۲۷۰۵۳۲۰، فاکس: ۰۲۷۰۶۲۷۷، Email: Abbasi_Fariborz@yahoo.com)

2- J. Simunek, M. Sejna and M. Th. van Genuchten

3- U. S. Salinity laboratory, USDA, ARS

که در آن، θ رطوبت حجمی ($L^3 L^{-3}$)، T زمان (T)، K هدایت آبی غیر اشباع ($L T^{-1}$)، h مکش ماتریک (L)، α زاویه بین مسیر جریان و محور عمودی (برای حرکت عمودی آب در خاک $\alpha=0$ ، برای حرکت افقی $\alpha=90$ و برای سایر مسیرها $0 < \alpha < 90$ می‌باشد)، S برداشت آب توسط ریشه ($L^3 L^{-3} T^{-1}$) و x فاصله (L) است.

در این مدل برای توصیف مشخصات هیدرولیکی خاک نظیر منحنی رطوبتی و هدایت آبی غیر اشباع روابط متعددی تعریف شده است. معمولترین آنها رابطه وان گنوختن - معلم (۱۹۸۰) به شرح ذیل است:

$$\theta(h) = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{[1 + (\alpha h)^n]^m} \quad m=1-1/n \quad n>1 \quad (2)$$

$$K(h) = K_s S e^{\left[1 - (1 - S e^{\frac{1}{m}})^m \right]^2} \quad (3)$$

که در آن، θ رطوبت باقیمانده، θ_s رطوبت اشباع، α پارامترهای تجربی، K_s هدایت آبی اشباع و S اشباع نسبی است.

برداشت آب توسط ریشه (ترم S در معادله ۱) بر اساس حجم آب برداشت شده توسط گیاه در واحد حجم خاک در واحد زمان تعیین می‌شود. در این مدل، S بر اساس رابطه فدس و همکاران (۱۹۷۸) به صورت زیر تعریف شده است:

$$S(h) = \alpha(h) S_p \quad (4)$$

که در آن، $\alpha(h)$ تابع تنش آبی و S_p شدت پتانسیل جذب آب می‌باشد.

روش حل

مدل HYDRUS-1D برای شبیه‌سازی حرکت آب در خاک معادله ریچاردز (رابطه ۱) را با استفاده از الگوی خطی المانهای محدود حل می‌کند. از آنجایی که در حالت یک بعدی، الگوی خطی المانهای محدود و اختلافات محدود مشابه است، لذا رابطه (۱) با استفاده از یک الگوی غیر صریح اختلافات محدود بصورت ذیل منفصل شده است:

$$\frac{\theta_i^{j+1,k+1} - \theta_i^j}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x} \left(K_{i+1/2}^{j+1,k+1} \frac{h_{i+1}^{j+1,k+1} - h_i^{j+1,k+1}}{\Delta x_i} - K_{i-1/2}^{j+1,k+1} \frac{h_i^{j+1,k+1} - h_{i-1}^{j+1,k+1}}{\Delta x_{i-1}} \right) + \frac{K_{i+1/2}^{j+1,k} - K_{i-1/2}^{j+1,k}}{\Delta x} - S_i^j \quad (5)$$

که در آن،

$$\Delta t = t^{j+1} - t^j \quad (6)$$

$$\Delta x = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} \quad \Delta x_i = x_{i+1} - x_i \quad \Delta x_{i-1} = x_i - x_{i-1} \quad (7)$$

$$K_{i+1/2}^{j+1,k} = \frac{K_{i+1}^{j+1,k} + K_i^{j+1,k}}{2} \quad K_{i-1/2}^{j+1,k} = \frac{K_i^{j+1,k} + K_{i-1}^{j+1,k}}{2} \quad (8)$$

که در آن، $i-1, i$ و $i+1$ به موقعیت مکانی نقاط شبکه، k و $k+1$ به تکرار و j و $j+1$ به گامهای زمانی اشاره دارند.

روش بقاء جرم پیشنهادی بوسیله سلیا و همکاران (Celia et al., ۱۹۹۰) برای تبدیل ترم سمت چپ رابطه (5) به مکش ماتریک مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\frac{\theta_i^{j+1,k+1} - \theta_i^j}{\Delta t} = C_i^{j+1,k} \frac{h_i^{j+1,k+1} - h_i^{j+1,k}}{\Delta t} + \frac{\theta_i^{j+1,k} - \theta_i^j}{\Delta t} \quad (9)$$

که در آن، C_i به ظرفیت آب خاک اشاره دارد.
روش سلیا و همکاران (۱۹۹۰) نشان داده که در کمینه کردن خطای بیلان جرم موفق عمل نموده است.
با جایگزینی رابطه (9) در رابطه (5) و پس از ساده کردن رابطه ذیل حاصل می شود:

$$[P_w]^{j+1,k} \{h\}^{j+1,k+1} = \{F_w\} \quad (10)$$

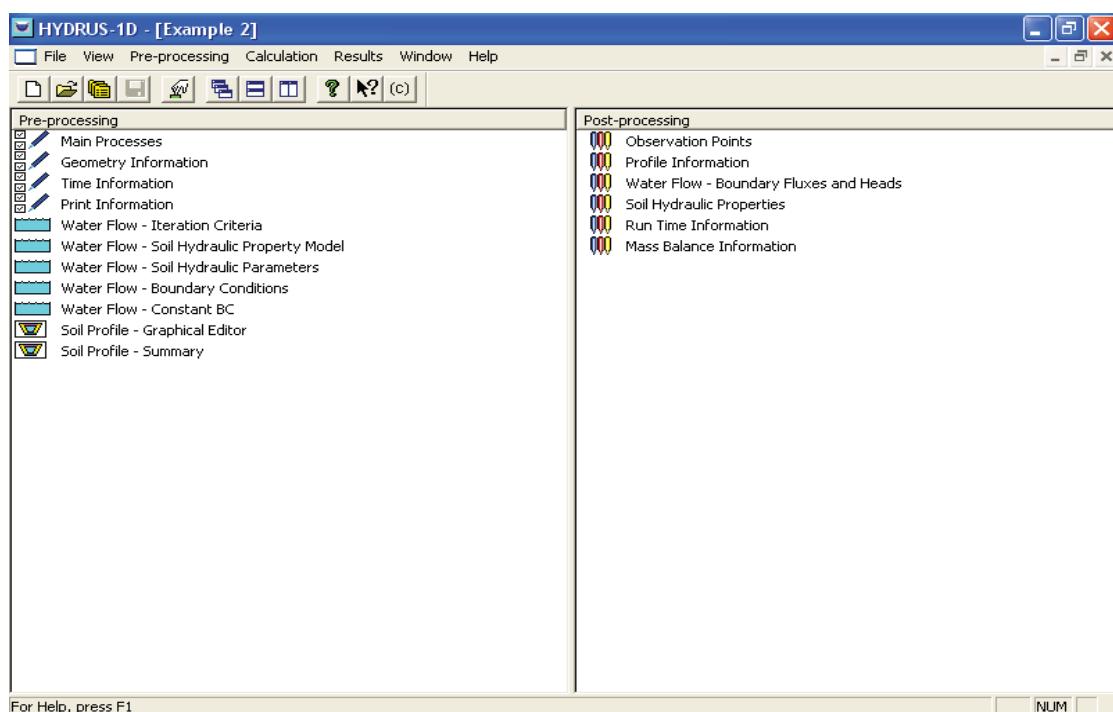
پس از اعمال رابطه فوق روی میدان حل یک دستگاه معادله سه قطری حاصل خواهد شد که به روشهای استاندارد نظیر حذف گوس قابل حل می باشند.

مدل HYDRUS-1D و شکل دو بعدی آن HYDRUS-2D در مطالعات آزمایشگاهی و مزرعه‌ای فراوانی برای شبیه‌سازی و یا برآورده معمکوس ویژگی‌های هیدرولیکی و انتقال املاح خاک مورد استفاده قرار گرفته اند. در این میان می‌توان به تحقیقات وانگ و همکاران (۱۹۹۷)، سیمیونک و همکاران (۱۹۹۹)، ونترلا و همکاران (۲۰۰۰) و عباسی و همکاران (۲۰۰۳a,b,c) اشاره نمود.

شرح بخش‌های مختلف مدل

برای اجرای برنامه، داده‌های مورد نیاز در پنجره‌های خاص از کاربر سئوال می‌شود. پنجره‌های مدل شامل پنجره اصلی، اطلاعات هندسی، اطلاعات زمانی، مشخصات هیدرولیکی خاک، شرایط اولیه و مرزی و چاپ نتایج است.

با شروع برنامه صفحه‌ای مطابق شکل ۱ نمایش داده می‌شود. همانطور که ملاحظه می‌گردد در سمت چپ باید داده‌های ورودی با رجوع به هر بخش و وارد نمودن پارامترهای مورد نیاز به برنامه معرفی گردد. در سمت راست نتایج حاصل از اجرای برنامه بصورت طبقه‌بندی شده و گرافیکی نشان داده می‌شود. همین نتایج بصورت فایلهای متند نیز در اختیار کاربر قرار داده می‌شوند. جهت تشریح مدل ابتدا به بررسی چگونگی ورود اطلاعات و سپس خروجی‌های مدل تشریح می‌گردد.

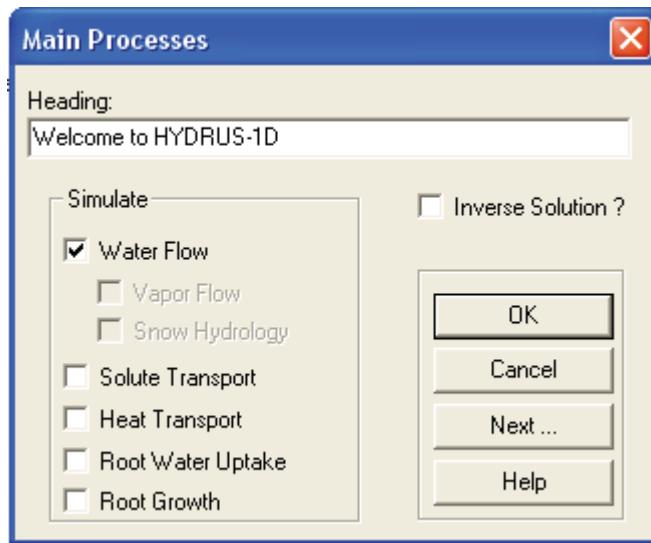


شکل ۱- نمایش صفحه عمومی مدل HYDRUS-1D

ورودی‌های مدل

با انتخاب گزینه Main Processes از منوی Pre-Processing و یا انتخاب آن از سمت چپ صفحه عمومی، پنجره‌ای مطابق شکل ۲ نمایان می‌شود. در قسمت Heading می‌توان عنوانی برای برنامه انتخاب نمود. این عنوان در فایلهای خروجی به نمایش گذاشته می‌شود. این مدل قادر است حرکت آب، املاح و گرما در خاک، برداشت آب توسط ریشه و همچنین رشد ریشه را شبیه‌سازی نماید. از خصوصیات بارز این مدل این است که با انتخاب گزینه

Inverse Solution می‌تواند خصوصیات فیزیکی و شیمیایی خاک را به روش معکوس شبیه‌سازی و تحلیل نماید. با انتخاب هر کدام از گزینه‌ها، پنجره یا پنجره‌های مربوط به آن نشان داده می‌شود تا پارامترهای مربوطه تحت عنوان ورودی وارد گردد.



شکل ۲- پنجره معرفی نوع مسئله به مدل

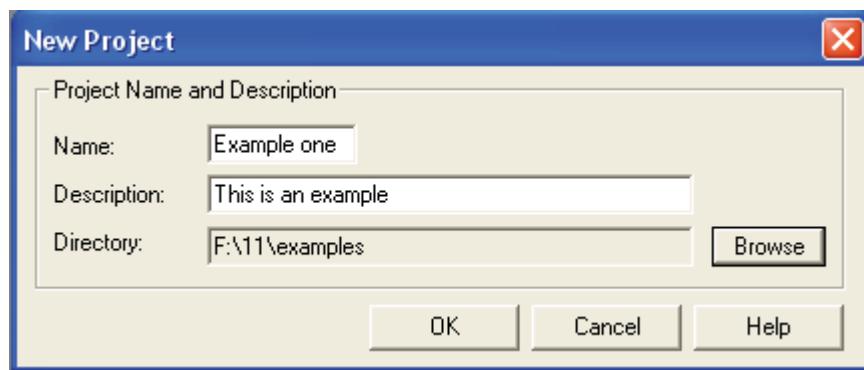
در ادامه جهت استفاده مناسب از مدل در تحلیل مسائل عملی، ضمن مطرح نمودن یک مثال، چگونگی ورود اطلاعات به مدل و نهایتا خروجی‌های مدل پس از شبیه‌سازی تشریح می‌شود.

مثال- یک پروفیل خاک به عمق ۱۰۰ سانتی متر و بافت لومی با رطوبت اولیه ۱۲ درصد حجمی موجود است. فرض کنید خاک همگن و عمق آب زیر زمینی خیلی پایین است. با استفاده از یک آپیاش با شدت ۰/۰ سانتی متر بر دقیقه به مدت ۱۰ ساعت آبیاری می‌شود. مقدار تبخیر طی مدت زمان آبیاری ناچیز و فرض می‌شود که برداشت آب توسط ریشه نیز در خاک صورت نمی‌گیرد ($S=0$). مطلوب است:

- محل جبهه رطوبتی پس از آبیاری
- مقدار آب نفوذ یافته درون خاک
- مقدار آب نخیره شده در پروفیل خاک
- مقدار آب خارج شده از پروفیل

ایجاد پروژه جدید

جهت حل مثال فوق، با انتخاب گزینه New از منوی File پنجره‌ای مطابق شکل ۳ ظاهر خواهد شد که باید اطلاعات مربوط به نام، توضیح در مورد مسئله و مسیر نخیره‌سازی آن را بر روی رایانه مشخص شود.



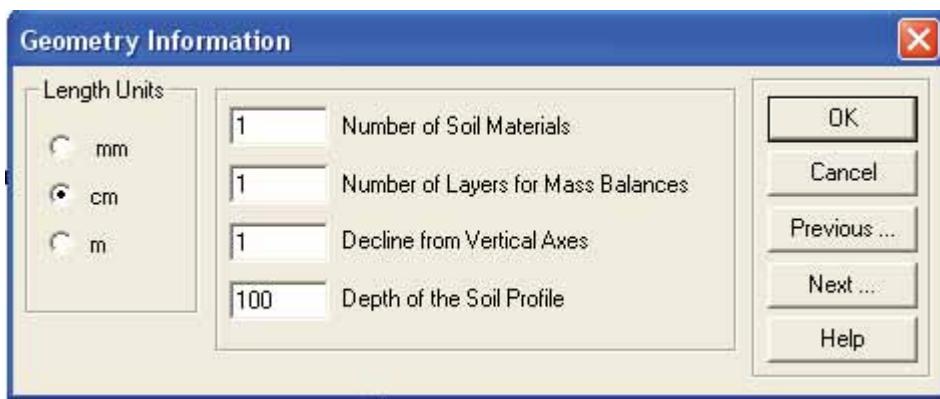
شکل ۳- پنجره ورود نام، توضیح و مسیر ذخیره‌سازی مسئله

اطلاعات مربوط به فیزیک نمونه

با انتخاب گزینه Main Processing و انتخاب گزینه Water Flow و برگزیدن آیکون Next پنجره دیگری مطابق شکل ۴ ظاهر خواهد شد. در این پنجره ابتدا باید واحد طول^۱ مناسب برای مدل انتخاب شود. وقت شود که مدل، این واحد را همیشه ثابت در نظر می‌گیرد. لذا ورودی باید مطابق واحد انتخاب شده باشد. اگر پروفیل خاک بصورت لایه‌های مطبق باشد، باید تعداد لایه^۲ را در محل مناسب آن وارد نمود و نهایتاً باید خصوصیات هیدرولیکی هر لایه را جداگانه به مدل معرفی نمود. در این مثال عدد یک وارد شده است. همچنین باید تعداد لایه‌ها را برای برقراری بیلان جرمی وارد نمود. این مدل برای بررسی دقت شبیه‌سازی خود در پایان هر گام زمانی بیلان جرمی بسته و در هر بازه زمانی که کاربر تعریف می‌نماید، میزان خطا را اعلام می‌دارد. اگر از مدل خواسته شود که بیلان را در تمام پروفیل خاک یکجا بررسی نماید، باید عدد یک را وارد نمود و در غیر اینصورت باید تعداد لایه‌های مورد نظر را وارد نمود. دقت شود که این لایه با تعداد لایه‌های پروفیل خاک متفاوت است. چرا که این گزینه در محاسبات هیچگونه دخالتی ندارد و فقط برای بررسی دقت محاسبات مدل می‌باشد. در این مثال، بیلان در کل پروفیل خاک مد نظر می‌باشد، لذا عدد یک وارد شده است.

1-Length Units

2- Number of Soil Materials



شکل ۴- پنجره ورود اطلاعات اولیه

گزینه Decline from Vertical Axes بیان کننده کسینوس زاویه بین محور پروفیل نمونه نسبت به محور قائم می‌باشد. مدل این قابلیت را دارد که بتوان نمونه را بطور افقی تحلیل نمود. در این مثال پروفیل خاک بصورت عمودی و زاویه مورد نظر صفر درجه می‌باشد. لذا عدد یک میان کسینوس زاویه صفر درجه می‌باشد. قابل ذکر است که پیش فرض مدل بررسی جریان در پروفیل عمودی می‌باشد. در مقابل گزینه Depth of the Soil Profile باید عمق پروفیل را بر اساس واحد تعريف شده وارد نمود که در این مثال عمق پروفیل خاک ۱۰۰ سانتیمتر می‌باشد. پس وارد نمودن اطلاعات مربوط به این پنجره، با انتخاب آیکون Next پنجره ورودی مربوط به اطلاعات زمان ظاهر خواهد شد.

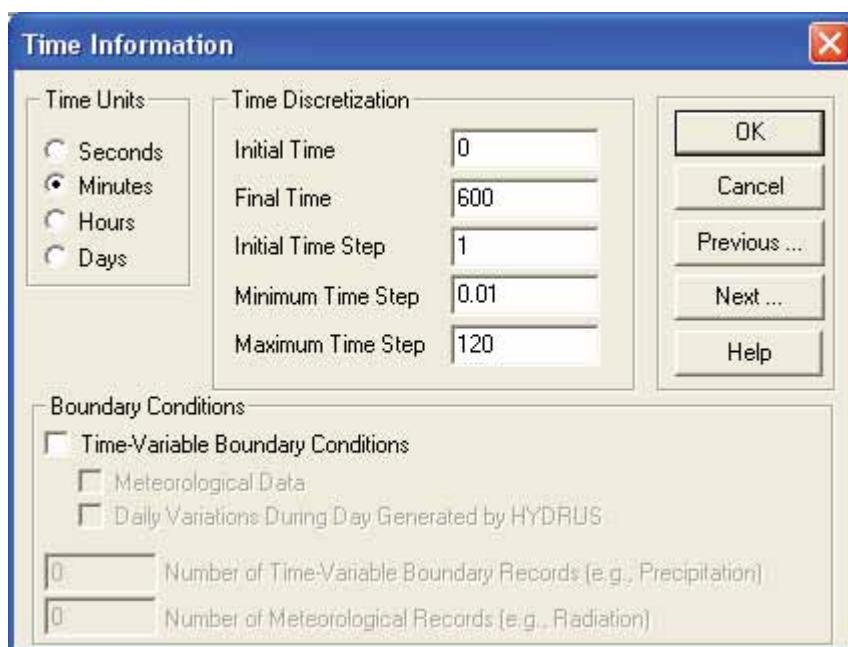
اطلاعات مربوط به زمان

در این پنجره ابتدا باید بر اساس مدت زمان شبیه‌سازی یک واحد مناسب را برای زمان انتخاب نمود. در این مثال واحد زمان دقیقه انتخاب شده است. قابل ذکر است که با انتخاب واحد زمان، همانند واحد طول، باید تا انتهای با همین واحد اطلاعات را وارد نمود و نمی‌توان واحد را تغییر داد.

در قسمت Time Discretization باید زمان شروع محاسبات، زمان خاتمه محاسبات، گام زمانی اولیه، مینیمم و ماکزیمم گام زمانی را تعريف نمود. زمان شروع محاسبات معمولاً صفر است ولی همیشه چنین نیست. در این مثال عدد صفر (شروع آبیاری) وارد شده است. همچنین چون زمان آبیاری ۱۰ ساعت بوده ولی واحد انتخابی دقیقه می‌باشد، لذا عدد ۶۰۰ بعنوان خاتمه محاسبات وارد گردیده است. مدل با Δt متغیر عمل شبیه‌سازی را انجام می‌دهد. یعنی هر وقت شرایط را مناسب بداند مقدار Δt را بزرگ و بر عکس هر زمانی که شرایط را مناسب تشخیص ندهد، این مقدار را کوچک در نظر می‌گیرد. لذا یک مقدار Δt اولیه به مدل می‌دهیم تا محاسبات را شروع نماید. اگر شرایط را مناسب تشخیص داد این مقدار را در ضریب بیشتر از یک ضرب نموده و افزایش می‌دهد. همچنین اگر شرایط مناسب نبود، این مقدار را در یک ضریب کمتر از یک ضرب نموده و این مقدار را کاهش می‌دهد. به همین خاطر باید یک مقدار مینیمم و

ماکریم برای Δt معرفی نماییم. مقدار مینیمم خیلی حائز اهمیت می‌باشد چرا که اگر مقدار مینیمم مقداری بزرگ باشد، آنوقت ممکن است مدل تحت شرایطی حالت ناپایدار شود و جوابهای غیر فیزیکی، غلط و یا اصلاً جواب ندهد. لذا لازم است از نظر دقت محاسبات و پایداری مدل این مقدار باید خیلی کوچک باشد و کوچک بودن آن زیاد مهم نیست چون در زمان محاسبات هیچ اثری ندارد. مقدار ماکریم از این نظر حائز اهمیت می‌باشد که ممکن است شرایط پایداری مناسب باشد و مدل می‌تواند مقادیر بزرگ Δt را انتخاب نماید. اگر مقدار Δt کوچک باشد باعث افزایش زمان محاسبات می‌شود. لذا با تعریف حداقل مقدار گام زمانی باعث افزایش سرعت محاسبات خواهیم شد. مقادیر مناسب برای این مثال در شکل ۶ معرفی شده است. قابل ذکر است چگونگی تغییر این مقادیر توسط مدل، در ادامه تشریح خواهد شد.

قسمت Boundary Condition در این پنجره، برای مرزهایی است که تغییرات آنها با زمان مرتبط است. مثلاً اگر در این مثال تبخیر و یا بارندگی وجود داشت، باید این قسمت فعال می‌شد تا در ادامه جدول مربوطه جهت معرفی مقادیر تبخیر و یا بارندگی ظاهر شود. با انتخاب گزینه Next پنجره‌ای مطابق شکل ۶ ظاهر خواهد شد که باید خروجیها را در آن تعریف نمود.



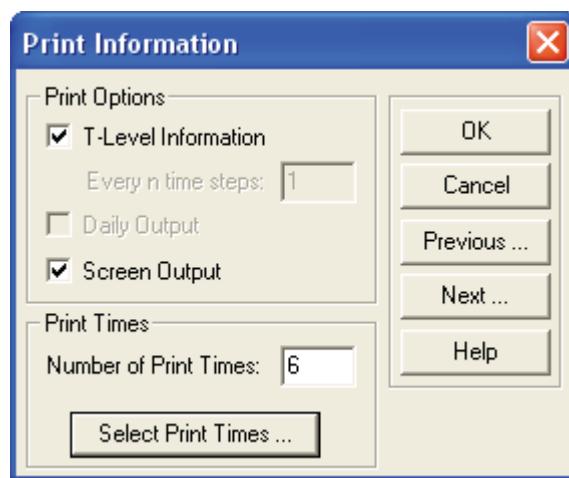
شکل ۵- پنجره ورود اطلاعات مربوط به زمان

چاپ نتایج

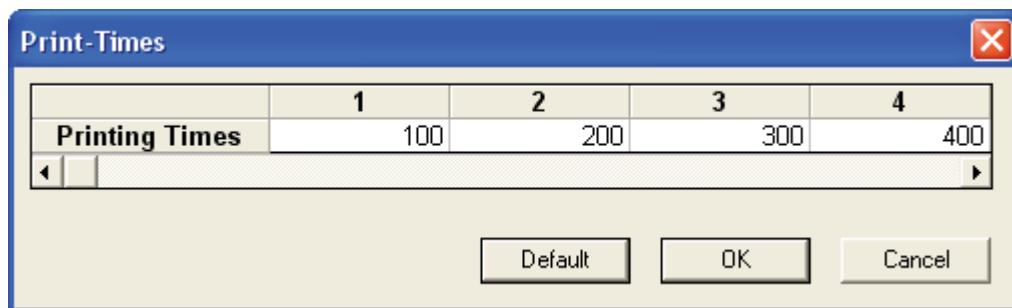
در این قسمت باید نحوه چاپ خروجیها را تعریف نمود. اگر بخواهیم شدت جریانها را در هر گام زمانی داشته باشیم، باید گزینه T-Level Information انتخاب شود (شکل ۶). با انتخاب این گزینه در یک فایل

منتی اطلاعات مربوطه در دسترس قرار خواهد گرفت. همچنین با انتخاب گزینه Screen Output نتایج خروجی بر روی صفحه مانیتور در اختیار کاربر قرار می‌گیرد.

در قسمت Number of Print Times باید تعداد خروجیهای مورد نیاز در حین شبیه‌سازی را وارد نمود. در این مثال عدد ۶ وارد شده بدین معنی است که از مدل خواسته شده که در حین ۶۰۰ دقیقه شبیه‌سازی ۶ مرتبه خروجیها را نمایش دهد. این خروجیها شامل مقدار جریان، رطوبت، مکش و... می‌باشد. با انتخاب گزینه Select Print Time پنجره ای مطابق شکل ۷ ظاهر خواهد شد که می‌توان زمانهای مورد نظر را وارد نمود. در این مثال از مدل خواسته شده است که هر ۱۰۰ دقیقه نتایج را برای بررسی نشان دهد.



شکل ۶- پنجره انتخاب نحوه چاپ نتایج خروجی



شکل ۷- انتخاب زمانهای مورد نظر جهت استخراج خروجی

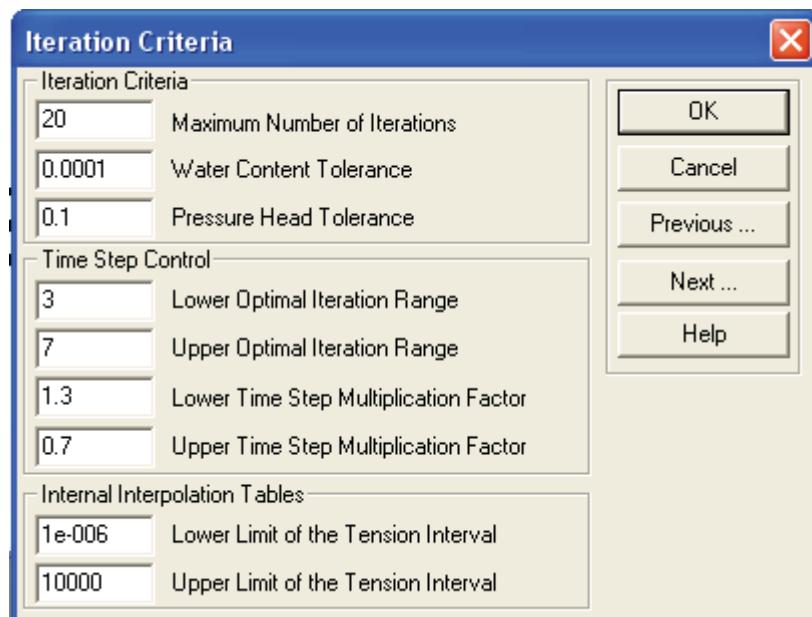
شرایط حل عددی

در این قسمت باید یکسری اطلاعات مربوط به حل عددی را به مدل معرفی نمود (شکل ۸). همانطور که قبل گفته شد شبیه‌سازی حرکت آب در خاک با استفاده از حل عددی معادله ریچاردز که یک معادله غیر خطی است، صورت می‌گیرد. لذا پس از منفصل نمودن، یک معادله غیر خطی حاصل می‌شود که باید با روش تکراری آنرا حل نمود. در روش‌های تکراری باید ترانس یا دقت حل به مدل معرفی شود، در این مثال عدد ۰/۰۰۰۱ و ۰/۱ به ترتیب برای رطوبت و مکش انتخاب شده است که با استفاده از روابط

هیدرولیکی بهم مرتبط می‌شوند. مقدار Maximum Number of Iterations نیز ۲۰ وارد شده است که نشان دهنده تعداد حداقل تکرار برای هر گام زمانی (Δt) می‌باشد. اگر مدل به هر دلیلی در یک گام زمانی تا ۲۰ تکرار به جواب نرسد، مدل مقدار Δt را تغییر و محاسبات در آن گام زمانی ادامه می‌یابد. ولی با توجه به توانایی مدل اگر ورودی‌های مدل بدرستی تعریف شده باشند معمولاً خیلی سریع و در کمتر از ۱۰ تکرار جواب نهائی حاصل خواهد شد.

همانطوریکه قبلًا بیان شد، این مدل با Δt ‌های متغیر کار می‌نماید. به عبارتی هر جا که شرایط پایداری فراهم باشد، این مقدار می‌تواند بزرگ و اگر شرایط مناسب نباشد، این مقدار را کوچک انتخاب می‌نماید. اگر مدل در ۳ تکرار و کمتر از آن به جواب رسیده و همگرا شود، نشان دهنده این است که مقدار انتخاب شده برای Δt کوچک است. لذا مدل مجاز به استفاده از مقدار بزرگتر می‌باشد. بنابراین با معرفی عدد $1/3$ به مدل اجازه داده شده است تا مقدار Δt را در این عدد ضرب نماید. بر عکس اگر مدل در ۷ تکرار و یا بیشتر از آن به جواب برسد، نشان دهنده این است که مقدار Δt انتخاب شده بزرگ بوده و لذا سرعت همگرایی مدل پایین است. بنابراین با ضرب Δt موجود در عدد $7/0$ مقدار آن کاهش یافته و محاسبات ادامه می‌یابد. اگر تعداد تکرارها در یک گام زمانی بین ۳ تا ۷ باشد به معنی آن است که مقدار Δt مناسب بوده و مدل با همان مقدار شبیه‌سازی را ادامه می‌دهد.

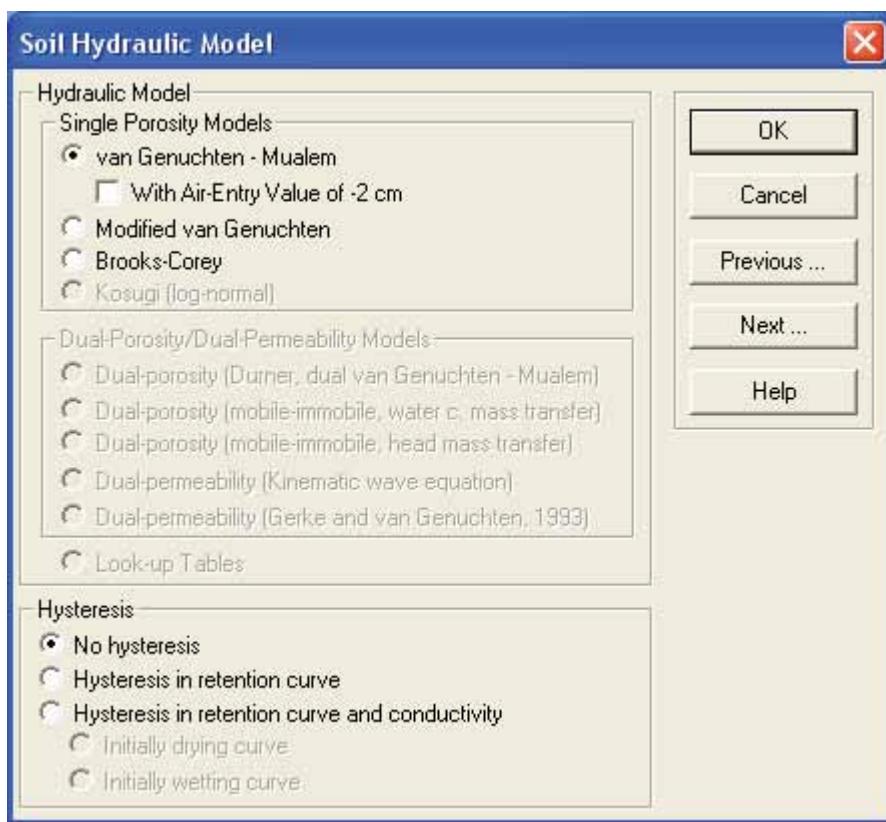
در قسمت Internal Interpolation Tables دو مقدار باید وارد شود که در محاسبات هیچ نقشی ندارند و برای ترسیم بعضی از خصوصیات هیدرولیکی خاک نظیر منحنی رطوبتی استفاده می‌شوند. این دو مقدار در واقع محدوده‌ای است که مکشها می‌توانند تغییر کنند. معمولاً مقادیر پیش فرض مناسب بوده و نیاز به تغییر آنها نیست.



شکل ۸- شرایط حل عددی با گام‌های زمانی متغیر

خصوصیات هیدرولیکی خاک

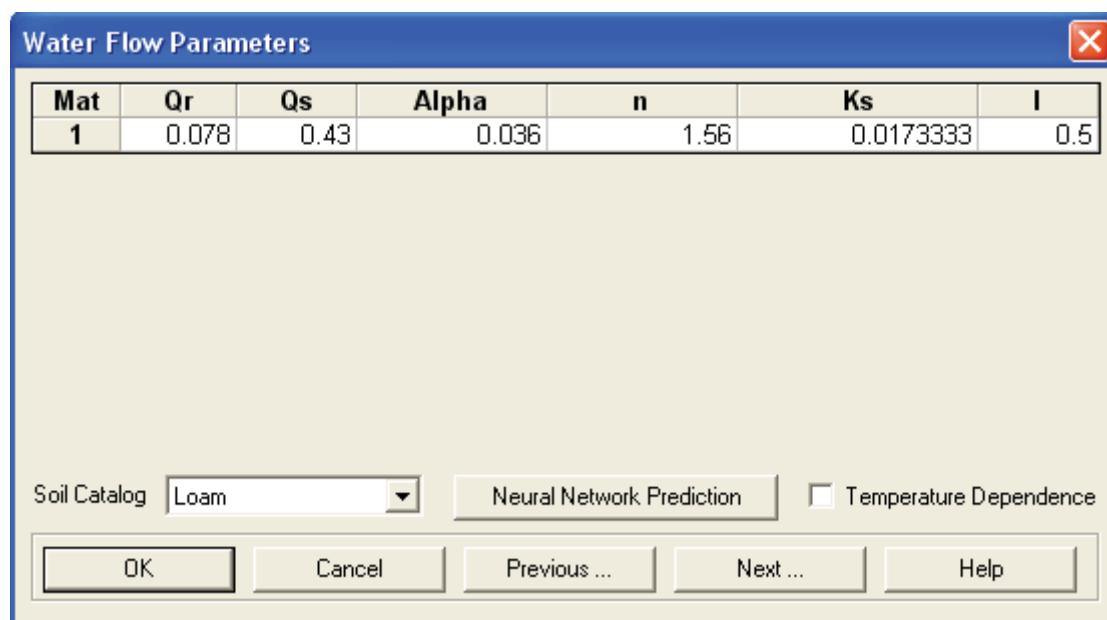
در این قسمت باید مدلی را برای منحنی رطوبتی و هدایت هیدرولیکی غیر اشباع تعریف نمود. همانطور که در شکل ۹ ملاحظه می‌گردد، برای این مثال از مدل وان گنوختن – معلم استقاده شده است.



شکل ۹- معرفی یک مدل برای توصیف خصوصیات هیدرولیکی خاک

در قسمت پایین پنجره شکل ۹ تأثیر پدیده پسماند (Hysteresis) را می‌توان در محاسبات منظور نمود. با انتخاب گزینه مربوطه می‌توان دخالت پدیده را در منحنی رطوبتی و هدایت هیدرولیکی تعریف نمود و از آنجایی که دسترسی به اطلاعات ورودی برای بررسی تأثیر این پدیده چندان ساده نیست لذا معمولاً این پدیده در محاسبات نظر گرفته نمی‌شود. در این مثال با توجه به عدم دسترسی به اطلاعات مورد نیاز گزینه **No Hysteresis** انتخاب شده است.

با انتخاب گزینه **Next** پنجره‌ای مطابق شکل ۱۰ ظاهر می‌شود که باید شش پارامتر مورد نیاز شامل رطوبت باقیمانده، رطوبت اشباع، هدایت آبی اشباع و مقادیر α , n و I را به مدل معرفی نمود. از آنجایی که درجه حرارت تأثیر عمداتی روی خصوصیات هیدرولیکی خاک دارد، اگر اندازه‌گیری درجه حرات موجود باشد و بخواهیم این تأثیر را در این خصوصیات داشته باشیم باید گزینه **Temperature Dependence** انتخاب شود. در غیر اینصورت، همانند این مثال، لزومی به انتخاب این گزینه نیست.

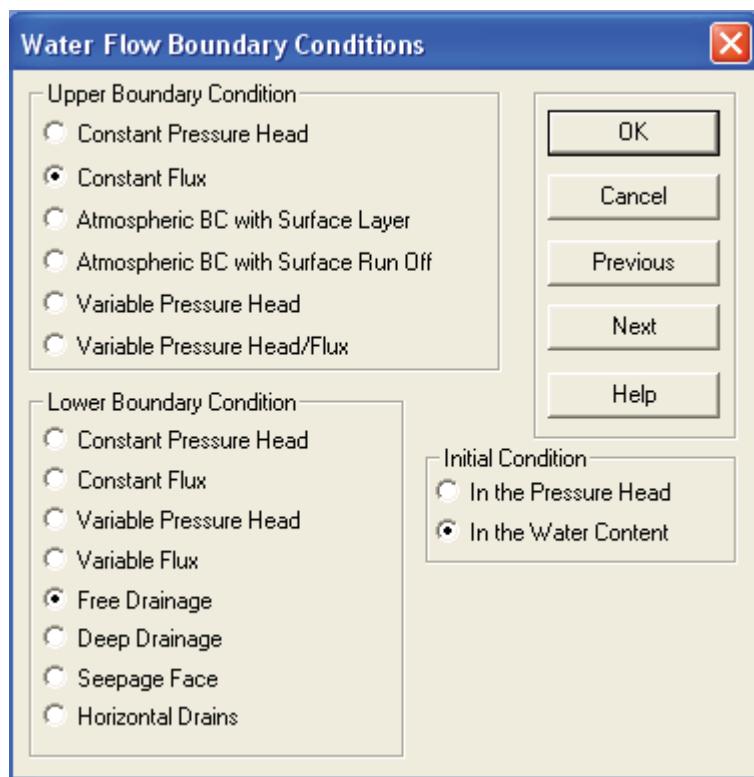


شکل ۱۰- تعریف خصوصیات هیدرولیکی خاک

معرفی شرایط اولیه و مرزی

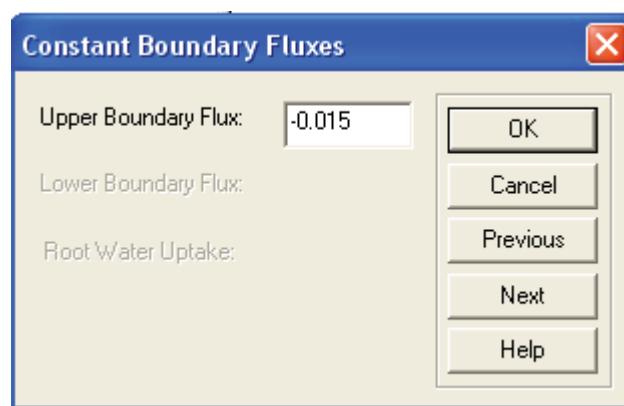
این بخش مهمترین قسمت مدل می‌باشد. با مشاهده شکل ۱۱ ملاحظه می‌شود که این قسمت به سه بخش مجزا شامل شرایط مرزی بالادست^۱، شرایط مرزی پایین دست^۲ و شرایط اولیه^۳ خاک تقسیم شده است. در مرز بالادست، شش گزینه مختلف برای انتخاب وجود دارد. کاربر تنها مجاز به انتخاب یکی از این حالتها است. برای مثال مورد نظر شدت جریان ثابت (Constant flux) انتخاب شده است. همینطور برای اعمال شرایط پایین دست هشت گزینه مختلف برای انتخاب وجود دارد. برای مثال مورد نظر زهکشی آزاد انتخاب شده است. برای خاک مورد مطالعه، علاوه بر معرفی شرایط مرزی باید شرایط اولیه را نیز بر اساس رطوبت و یا مکش تعریف نمود.

-
- 1 - Upper Boundary Condition
 - 2 - Lower Boundary Condition
 - 3 - Initial Condition



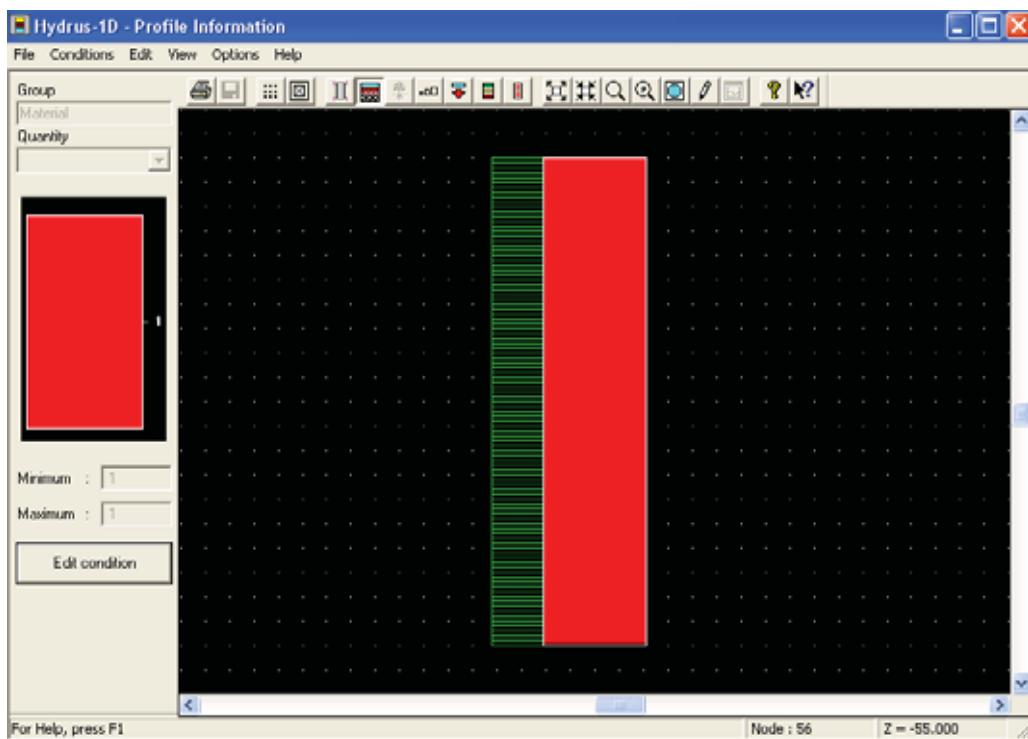
شکل ۱۱- تعریف شرایط اولیه و مرزی

پس از انتخاب گزینه Next پنجره ای مطابق شکل ۱۲ ظاهر خواهد شد که شدت جریان در مرز بالادست را باید در آن وارد نمود. در این مدل کلیه جریانهایی که جهت آنها به سمت پایین می‌باشد، بصورت منفی و جریانهایی که به سمت بالا باشد، بصورت مثبت تعریف می‌گردد. در این مثال مقدار شدت جریان برابر ۰/۱۵ و بصورت منفی وارد شود.



شکل ۱۲- شدت جریان در مرز بالادست

پس از انتخاب گزینه Next پنجره‌ای ظاهر می‌شود که از کاربر می‌پرسد که آیا وارد شود یا خیر؟ با انتخاب گزینه Ok پنجره‌ای مطابق شکل ۱۳ نمایان خواهد شد. اگر خاک بصورت مطبق باشد، با انتخاب آیکون Material Distribution می‌توان عمق لایه‌ها را وارد نمود. با انتخاب گزینه Initial Condition می‌توان شرایط اولیه را وارد نمود. در این مثال مقدار رطوبت اولیه ۱۲ درصد بصورت یکنواخت می‌باشد.



شکل ۱۳- پروفیل خاک Profile Application

برای تعیین بیلان جرم در پروفیل خاک می‌توان با انتخاب آیکون Sub Region اعماق این لایه‌های را معرفی نمود. با انتخاب گزینه خروج جدولی مطابق شکل ۱۴ ظاهر می‌شود. تمامی اطلاعات وارد شده در پنجره Profile Application جهت کنترل و اعمال تغییرات ضروری در این جدول ارائه شده است. پس از وارد نمودن تمامی اطلاعات مورد نیاز، مدل برای اجرا از کاربر اجازه می‌خواهد که با انتخاب گزینه Ok از پنجره مربوطه شبیه‌سازی شروع می‌شود.

| Soil Profile Summary | | | | | | | |
|----------------------|----|-------|------|-----|-----|-----|-----|
| | z | theta | Root | Axz | Bxz | Dxz | Mat |
| 1 | 0 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | 2 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 4 | 3 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 4 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 6 | 5 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7 | 6 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 7 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | 8 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 9 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 10 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 12 | 11 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 13 | 12 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 14 | 13 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 15 | 14 | 0.12 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

شکل ۱۴- اطلاعات مربوط به پروفیل خاک

خروجی‌های مدل

پس از پایان شبیه‌سازی، پنجره‌ای مطابق شکل ۱۵ ظاهر می‌شود. در ستون اول زمان شبیه‌سازی ارائه شده که از صفر دقیقه شروع به ۶۰۰ دقیقه ختم می‌شود. در ستون دوم تعداد تکرارها در هر گام زمانی را نشان می‌دهد که معمولاً بین ۴ تا ۶ بوده است. ستون سوم جمع تجمعی تعداد تکرارها را نشان می‌دهد که در این مثال طی ۶ دقیقه محاسبات ۱۸۲۷ مرتبه تکرار صورت پذیرفته است. ستون چهارم تغییرات جریان در مرز بالادست را نشان می‌دهد. ستون پنجم جمع تجمعی جریان ورودی در مرز بالا دست ارائه شده است. در ستون ششم، جمع تجمعی جریانی است که ریشه جذب نموده است که در این مثال مقدار آن صفر می‌باشد. در ستون هفتم جمع تجمعی جریان خروجی از مرز پایین دست می‌باشد که مقدار آن برابر -0.33×10^{-5} سانتیمتر می‌باشد که تقریباً برابر صفر می‌باشد. ستون هشتم مکش ماتریک در مرز بالادست را نشان می‌دهد. از آنجائی که مرز بالادست در ارتباط مستقیم با آب بوده است تقریباً اشباع بوده است و مقدار مکش پس از ۶۰۰ دقیقه برابر -0.2 سانتیمتر برآورد شده است. ستون نهم مقدار مکش ریشه را نشان می‌دهد که در این مثال صفر است. در ستون دهم مکش ماتریک مرز پایین دست را که در این مثال معادل ۱۲۳۵ سانتیمتر می‌باشد، نشان می‌دهد.

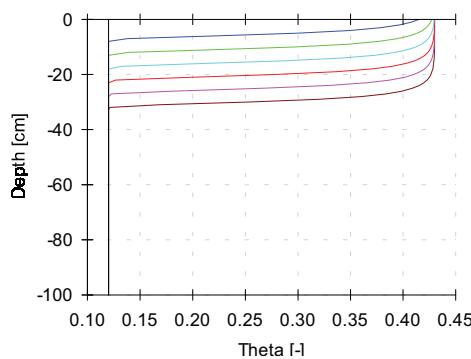
```
Hydrus-1D Calculation: Example one

561.5377 5 1737 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -31E-55 -2 5.-1235.
562.7245 5 1742 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -32E-55 -2 5.-1235.
563.9113 6 1743 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -32E-55 -2 5.-1235.
571.6731 4 1752 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -32E-55 -2 5.-1235.
573.5349 5 1757 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -32E-55 -2 5.-1235.
575.4717 5 1762 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -32E-55 -2 5.-1235.
577.3585 5 1767 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -32E-55 -2 5.-1235.
579.2453 6 1773 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -32E-55 -2 5.-1235.
581.1321 6 1778 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -32E-55 -2 5.-1235.
583.0189 5 1783 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -32E-55 -2 5.-1235.
584.9057 5 1788 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -33E-55 -2 5.-1235.
586.7925 5 1793 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -33E-55 -2 5.-1235.
588.6792 5 1798 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -33E-55 -2 5.-1235.
590.5660 6 1804 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -33E-55 -2 5.-1235.

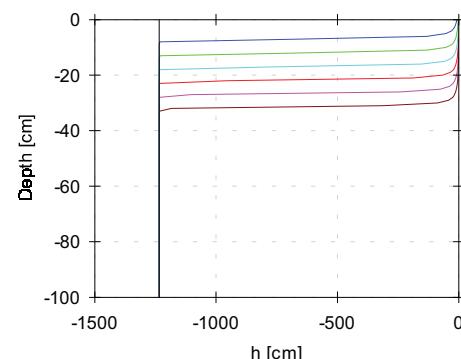
Time Iter ItCum vTop Sutop SuSat SuSat hTop hSat hSat
592.4528 4 1801 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -33E-55 -2 5.-1235.
594.3396 5 1813 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -33E-55 -2 5.-1235.
596.2264 5 1818 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -33E-55 -2 5.-1235.
598.1132 4 1822 -15E-51 -1.5E+51 -5.5E+51 -33E-55 -2 5.-1235.
Real time [sec] 5.000000000000000e+000
Press Enter to continue
```

شکل ۱۵- خروجی‌های مدل روی صفحه مانیتور

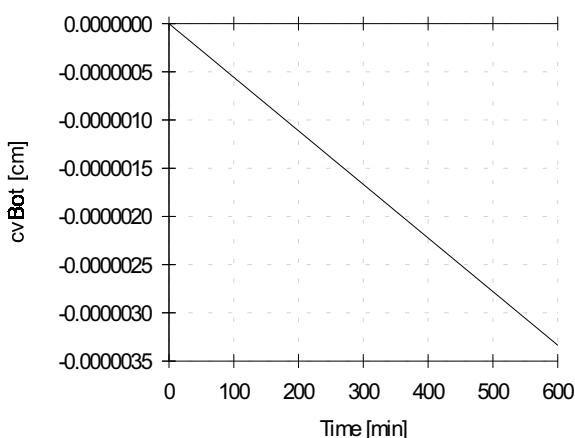
با فشار کلید Enter نتایج خروجی در سمت چپ صفحه اصلی نمایش داده می‌شود که می‌توان با انتخاب آنها نتایج خروجی را بصورت گرافیکی مشاهده نمود. چند نمونه از نتایج گرافیکی مدل در شکل‌های ۱۶ تا ۱۹ ارائه شده است.



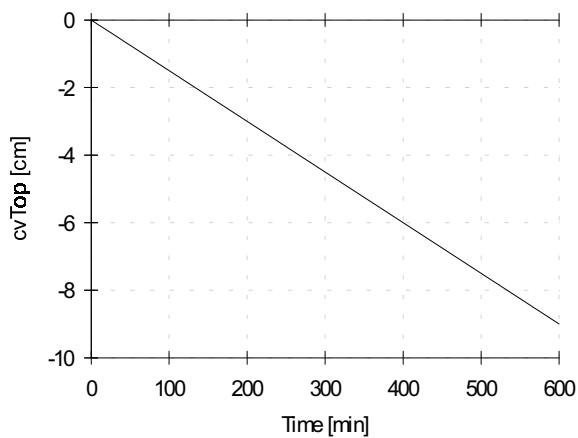
شکل ۱۷- تغییرات رطوبت با عمق خاک در زمان‌های مختلف



شکل ۱۶- تغییرات مکش با عمق خاک در زمان‌های مختلف



شکل ۱۹- مقدار تجمعی آب خروجی از پائین دست



شکل ۱۸- مقدار تجمعی آب ورودی از بالا دست

نتیجه‌گیری

در این مقاله به معرفی مدل ۱D HYDRUS به عنوان یکی از مدل‌های پیشرفته برای شبیه‌سازی حرکت آب، املاح و گرما در خاک پرداخته شد. ضمن ارائه معادلات حاکم و معرفی بخش‌های مختلف مدل، نحوه وارد نمودن داده‌های ورودی و پردازش نتایج خروجی شرح داده شد. در ادامه نیز یک مثال کاربردی حرکت آب در خاک با استفاده از مدل تشریح گردید.

منابع

- 1- Abbasi, F., D. Jacques, J. Simunek, J. Feyen, and M. Th. van Genuchten, 2003b. Inverse estimation of the soil hydraulic and solute transport parameters from transient field experiments: heterogeneous soil. *Trans. ASAE* 46, (4): 1097–1111.
- 2- Abbasi, F., F. J. Adamsen, D. J. Hunsaker, J. Feyen, P. Shouse and M. Th. van Genuchten, 2003a. Effects of flow depth on water flow and solute transport in furrow irrigation: Field data analysis. *J. Irrig. Drain. Eng.*, 129(4): 237-246.
- 3- Abbasi, F., J. Simunek, J. Feyen, M. Th. van Genuchten, and P. J. Shouse, 2003c. Simultaneous inverse estimation of the soil hydraulic and solute transport parameters from transient field experiments: homogeneous soil. *Trans. ASAE*, 46 (4): 1085–1095.
- 4- Celia, M. A., and E. T. Bououtas, R. L. Zarba, 1990. A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour. Res.*, 26: 1483-1496.
- 5- Feddes, R. A., P. Kowalik, and H. Zarandy, 1978. Simulation of field water use and crop yield. Pudoc. Wageningen, pp. 189.
- 6- Simunek, J., M. Sejna, and M. Th. van Genuchten, 1998. The HYDRUS-1D software package for simulating the one-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media, Version 2.0. IGWMC-TPS- 70. Golden Colorado School of Mines, International Ground Water Modeling Center.

- 7- Simunek, J., R. Kodesova, M. M. Gribb and M. Th. van Genuchten, 1999. Estimating hysteresis in the soil water retention function from cone permeameter experiments. *Water Resour. Res.*, 35(5): 1329-1345.
- 8- van Genuchten, M. Th., 1980. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44(5): 892–898.
- 9- Ventrella, D., B. P. Mohanty, J. Simunek, N. Losavio and M. Th. van Genuchten, 2000. Water and chloride transport in a fine-textured soil: Field experiments and modeling. *Soil Sci.*, 165(8): 624-631.
- 10-Wang, D., S. R. Yates, J. Simunek and M. Th. van Genuchten, 1997. Solute transport in simulated conductivity fields under different irrigations. *J. Irrig. Drain. Eng.*, 123(5): 336-343.

کارگاه آموزشی مدلسازی در آبیاری و زهکشی

۱۴۰۴ آذر ماه ۱۳۸۴

شبیه‌سازی حرکت آب و املاح به طرف زهکش‌ها با استفاده از نرم‌افزار Drainmod

عبدالمجید لیاقت^۱، عباس کاویانی^۲

چکیده:

مدل‌های کامپیوترا بدلیل کاهش هزینه‌ها و کوتاه کردن مدت زمان دستیابی به نتایج اجرای یک سناریو بر روی یک سیستم، بصورت گستردگی در علوم مختلف بکار می‌روند. سیستم‌های زهکشی معمولاً در اراضی نیمه خشک تحت آبیاری برای کنترل شوری و ماندابی شدن خاک نصب می‌شوند. بدلیل وجود پیچیدگی حرکت آب و انتقال املاح در خاک، مدل‌های شبیه‌سازی برای تشریح عملکرد سیستم‌های مدیریت آب که ممکن است شامل زهکش زیرزمینی، سطحی و آبیاری باشند، به کار می‌روند. یکی از این مدل‌ها DRAINMOD است که حرکت و ذخیره آب در خاک را شبیه‌سازی می‌کند. این مدل در سال ۱۹۹۲ توسط Kandil و همکاران برای شبیه‌سازی حرکت نمک در خاک و در سال ۱۹۹۷ بوسیله Breve همکاران جهت شبیه سازی تغییرات نیتروژن در خاک اصلاح شده و به ترتیب به مدل‌های DRAINMOD-N و DRAINMOD-S شهرت یافتند.

مقدمه:

مدل DRAINMOD توسط Skaggs (استاد دانشگاه ایالت کارولینای شمالی) در سال ۱۹۷۸ ارائه شد. سه سال بعد J.E.Parsons و K.D.Konyha این مدل را توسط زبان برنامه نویسی FORTRAN در قالب یک برنامه جمع‌بندی کرده و تحت عنوان DRAINMOD ویرایش ۴ ارائه نمودند. مدل اولیه دارای محدودیت‌هایی بود که از جمله آنها می‌توان به عدم توانایی مدل در تحلیل میزان محصول تولید شده تحت شرایط مختلف مدیریتی، رعایت حداکثر شبکه ۵ درصد و عدم توجه به نشت‌های افقی و عمودی (عمیق)

اشاره کرد. بتدربیج این اشکالات توسط افراد مختلف رفع شده و ویرایش‌های بعدی DRAINMOD بصورتی کاربرپسند و با قابلیت‌های بالاتر ارائه شد.

مدل DRAINMOD از دیدگاه شبیه‌سازی سطح ایستابی و زه آب خروجی از زهکش‌ها توسط Skaggs (۱۹۸۲) در کارولینای شمالی، Gayle و Fouss (ترتیب در سال‌های ۱۹۸۷ و ۱۹۸۵) در لوئیزینیا، McMahara (۱۹۸۸) در فلوریدا، Belcher و Menva (۱۹۸۷) در میشیگان و Rogers (۱۹۸۵) در ویرجینیا مورد ارزیابی قرار گرفت. Chang (۱۹۸۳) نیز مدل را با هدف ارزیابی شبیه‌سازی تلفات نشت در مزارع آبی در کالیفرنیا به کار گرفت. این افراد با مقایسه نتایج بدست آمده اعتبار مدل DRAINMOD را برای محدوده وسیعی از خاک‌ها، گیاهان و شرایط آب و هوایی تأیید نمودند.

توصیف مدل:

DRAINMOD بمنظور شبیه‌سازی سطح ایستابی و زه آب خروجی از زهکش‌ها در مناطقی که سطح ایستابی در عمق کم قرار گرفته است به کار می‌رود. این مدل عموماً در مناطق مرطوب که سطح ایستابی در عمق کمی از سطح زمین واقع شده و بکارگیری سیستم‌های زهکشی امری اجتناب ناپذیر است مورد استفاده قرار می‌گیرد. مدل براساس محاسبه معادله بیلان آب عمل می‌کند(شکل ۱). بیلان بندی در این مدل به دو بخش طبقه بندی می‌شود:

الف) بیلان بندی سطحی: مدل بیلان بندی آب سطحی را به منظور برآورد نفوذپذیری، رواناب و نگهداشت سطحی (Surface Storage) انجام می‌دهد:

$$P = f + \Delta s + Ro \quad (1)$$

P : مقدار بارندگی

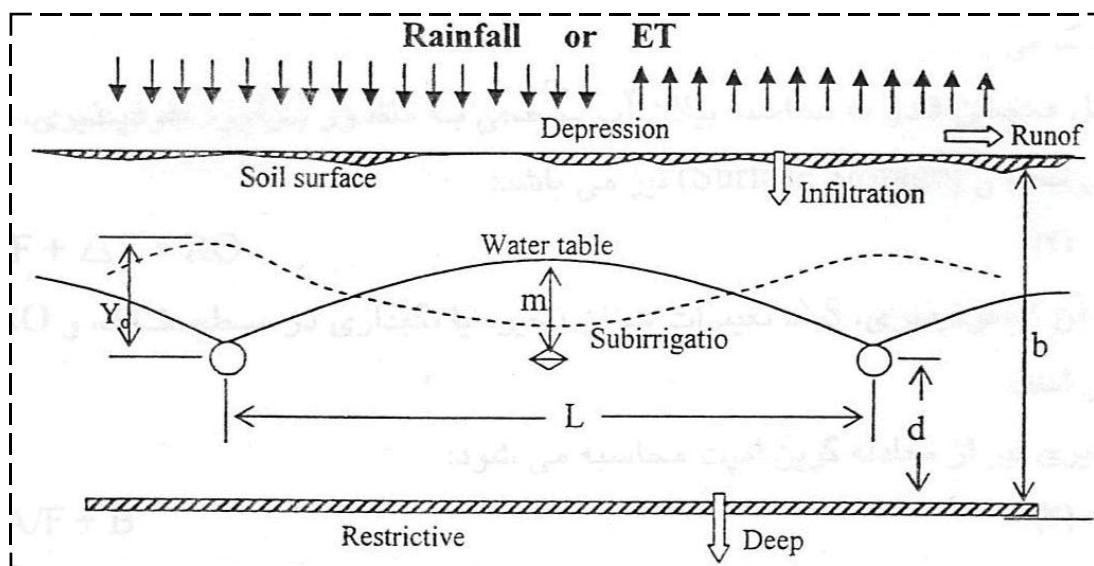
f : شدت نفوذ

Δs : تغییرات نگهداشت سطحی

Ro : رواناب سطحی

مقدار نفوذ آب به داخل خاک از طریق معادله گرین-امپت (معادله ۲) تعیین می‌گردد. در این معادله فرض بر این است که هر مقدار بارندگی که بیشتر از نفوذپذیری باشد ابتدا در گودال‌های سطحی ذخیره شده و پس از رسیدن به حداقل میزان نگهداشت سطحی بصورت رواناب جاری شود.

$$f = \frac{A}{F} + B \quad (2)$$



شکل ۱- نمونه ای از سیستم مدیریتی آب با زهکشی و آبیاری زیرزمینی

در معادله فوق شدت نفوذپذیری و B ضرایب تجربی هستند که از طریق معادلات ریاضی و با توجه به هدایت هیدرولیکی، رطوبت اولیه خاک و توزیع آن و شرایط سطحی نظیر پوشش و سلسله سطحی تعیین می‌شوند. اگرچه مقادیر A و B در مدل ثابت فرض می‌شوند ولی این امکان وجود دارد که در طول زمان و با وقوع بارندگی تغییر نمایند. در گزارش مرجع چهار روش برای بدست آوردن A و B ذکر شده است. از میان این روش‌ها استفاده از معادلات زیر توصیه می‌شود:

$$A = K_s \times M \times S_{av} \quad (۳)$$

$$B = K_s \quad (۴)$$

K_s : هدایت هیدرولیکی

M : خلل و فرج خالی یا اختلاف بین رطوبت نهایی و اولیه ($(\theta_f - \theta_i)$)

S_{av} : مکش در جبهه رطوبتی (جدول ۱)

مقدار عددی K_s از طریق تهیه نمونه‌های دست نخورده و یا با روش استوانه مضاعف نفوذ تعیین می‌گردد. زهکشی سطحی: نیاز به پارامترهای طراحی زهکشی سطحی و اصولاً نیاز به نصب این نوع زهکش‌ها در مزرعه با توجه به متوسط عمق نگهداشت سطحی قبل از شروع رواناب تعیین می‌گردد. مقدار نگهداشت سطحی بسته به نوع عملیات شخم و تهیه زمین از ۱/۰ تا بیش از ۳ سانتیمتر متغیر می‌باشد.

در این مدل فرضیات زیر بکار رفته است:

- ۱) نقاط پست نگهداشت سطحی آب در سرتاسر مزرعه بطور یکنواخت توزیع شده‌اند.
- ۲) رواناب زمانی جاری می‌شود که میزان آب سطحی بیشتر از مقدار نگهداشت سطحی باشد و سریع به نقطه خروجی می‌رسد.

ب) بیلان بندی زیرسطحی: مدل بیلان آبی را برای مقطع نازکی از خاک که بین دو زهکش قرار گرفته است تهیه می‌کند (شکل ۱):

$$\Delta V_a = D + ET + D_s - F \quad (5)$$

ΔV_a : تغییرات میزان خلل و فرج خالی از آب

D : عمق آب زهکشی و یا عمق آبی که از طریق آبیاری زیرزمینی تأمین می‌گردد.

ET : تبخیر و تعرق

D_s : نشت عمقی

F : نفوذ تجمعی

جدول ۱- مقادیر S_{av} برای محاسبه ضرایب معادله نفوذ گرین - امپت

| S_{av} (cm) | بافت خاک |
|---------------|---------------|
| ۵/۰ | شن |
| ۶/۱ | شنی لومی |
| ۱۱/۰ | لوم شنی |
| ۸/۹ | لوم |
| ۱۶/۷ | لوم سیلتی |
| ۲۱/۹ | لوم رسی شنی |
| ۲۰/۹ | لوم رسی |
| ۲۷/۳ | لوم رسی سیلتی |
| ۲۳/۹ | رس شنی |
| ۲۹/۲ | رس سیلتی |
| ۱۱/۶ | رس |

zecheshi زیرزمینی: مقدار حرکت آب بطرف زهکش‌های زیرزمینی بستگی به هدایت هیدرولیکی خاک، عمق و فاصله نصب زهکش‌ها، عمق خاک و ارتفاع سطح ایستابی و غیره دارد.

مدل برای شبیه‌سازی وضعیت زهکشی دو حالت را مدنظر قرار می‌دهد:

۱- هرگاه سطح خاک بوسیله آب پوشیده نشده باشد. این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که سطح ایستابی پایین‌تر از سطح خاک واقع شده باشد.

در چنین حالتی شدت تخلیه زهکش زیرزمینی با استفاده از معادله هوخهات محاسبه می‌شود:

$$q_e = \frac{4 \times K_e \times m \times (2 \times d_e + m)}{l^2} \quad (6)$$

q_e : شدت تخلیه زهکش

K_e : هدایت هیدرولیکی مؤثر جانبی خاک

m : ارتفاع سطح ایستابی در وسط و بالای عمق نصب زهکش‌ها

l : فاصله زهکش‌ها از یکدیگر

d_e : عمق معادل لایه غیرقابل نفوذ تا عمق نصب زهکش‌ها

در این معادله عمق معادل بجای عمق واقعی غیرقابل نفوذ لحظه‌ای گردد. علت این امر، وارد نمودن افت بار و همگرایی جریان در نزدیکی زهکش‌ها بیان شده است و از روابط زیر بدست می‌آید:

$$d_e = \frac{d}{1 + \frac{d}{l} \times (8 \times \pi \times \ln(\frac{d}{r}) - \alpha)} \quad 0 < \frac{d}{l} < 0.3 \quad (7)$$

$$d_e = \frac{l\pi}{8 \times (\ln(\frac{l}{r}) - 1.15)} \quad \frac{d}{l} > 0.3 \quad (8)$$

$$\alpha = 3.55 - 1.6 \times (\frac{d}{l}) + 2 \times (\frac{d}{l})^2 \quad (9)$$

با قبول خطای ناچیز در طراحی می‌توان $\alpha = 3.4$ را فرض کرد.

اثر افت باری که بدليل همگرایی خطوط جریان بطرف منافذ لوله‌های زهکش وجود دارد بوسیله پارامتری به نام شعاع مؤثر لوله زهکش (۲_e) وارد معادلات می‌شود. فرض بر این است که یک لوله زهکش کاملاً باز با شعاع r_e همان افت باری را تولید می‌کند که یک لوله واقعی با شعاع r ایجاد می‌نماید.

در صورتی که خاک مطبق وجود داشته باشد هدایت هیدرولیکی معادل برای پروفیل خاک درنظر گرفته می‌شود:

$$K_e = \frac{K_1 D_1 + K_2 D_2 + K_3 D_3}{D_1 + D_2 + D_3} \quad (10)$$

۲- هرگاه سطح ایستابی دقیقاً روی سطح خاک و یا بالاتر از آن قرار گرفته باشد و حالت غرقابی را شاهد باشیم. در این حالت شدت تخلیه از معادله کرکهام محاسبه می‌گردد:

$$q = \frac{4 \times \pi \times K_e \times (\delta + b - r_e)}{G \times l} \quad (11)$$

(۱۲)

$$G = 2 \ln \left\{ \frac{\tan(\pi(2b - r) / 4h)}{\tan(\pi r / 4h)} \right\} + 2 \sum \ln \left\{ \frac{\cosh(\pi nl / 4h) + \cos(\pi r / 2h) \cosh(\pi nl / 4h) - \cos(\pi(2d - r) / 2h)}{\cosh(\pi nl / 4h) - \cos(\pi r / 2h) \cosh(\pi nl / 4h) + \cos(\pi(2d - r) / 2h)} \right\}$$

که در آن h عمق واقعی نیمرخ خاک، δ عمق آب استغراقی روی سطح خاک، b عمق نصب زهکش، d ضخامت لایه خاک از محل نصب زهکش‌ها تا لایه غیرقابل نفوذ و l فاصله زهکش‌ها از همدیگر می‌باشد. استفاده از معادلات ۶ و ۱۱ با این فرض صورت می‌گیرد که حرکت آب بطرف زهکش‌ها بواسطه خصوصیات خاک محدود می‌باشد و ظرفیت هیدرولیکی لوله‌های زهکش عامل محدود کننده نیست.

مدل DRAINMOD بمنظور شبیه‌سازی نوسانات سطح ایستابی، چهار مدیریت مختلف را بر روی سیستم‌های زهکش اعمال می‌کند. این مدیریت‌ها عبارتند از: زهکش‌های معمولی، زهکش‌های کنترل شده، آبیاری زیرزمینی و ترکیبی از سه مورد.

zechshahای کنترل شده بمنظور صرفه جویی در مصرف آب و کاهش آلودگی خروجی از مزارعی که دارای سیستم زهکشی می‌باشند احداث می‌گردد. این مدیریت با قرار دادن یک سرریز در محل خروجی زهکش صورت می‌گیرد. با نصب سرریز در خروجی، ارتفاع آب در پشت آن بالا آمده و باعث ذخیره رطوبت در پروفیل خاک می‌گردد. آب ذخیره شده در طی دوره‌های خشک سال به مصرف تبخیر و تعرق می‌رسد. تأثیر زهکش‌های کنترل شده بستگی به پارامترهای مؤثر در طراحی زهکش‌ها بعلاوه ارتفاع سرریز و زمان قرارگیری سرریز دارد.

مدیریت اعمال شده در آبیاری زیرزمینی شبیه به زهکش‌های کنترل شده می‌باشد. تنها تفاوت در این است که در آبیاری زیرزمینی ارتفاع آب در خروجی بوسیله پمپ در یک ارتفاع معین حفظ می‌شود. شدت جریان ورودی در این مدیریت از طریق معادله ارنسن بدست می‌آید:

$$q = \frac{4 \times K_e \times m \times (2 \times h_0 + (\frac{h_0}{D_0}) \times m)}{l^2} \quad (12)$$

m : اختلاف سطح ایستابی در مرکز دو زهکش و ارتفاع سطح آب درون زهکش‌ها.

h_0 : ارتفاع معقول سطح ایستابی درون زهکش‌ها

D_0 : ارتفاع واقعی سطح ایستابی درون زهکش‌ها

با مقایسه روابط ۶ و ۱۳ می‌توان دریافت:

$$2 \times d_e + m = 2 \times h_0 + (\frac{h_0}{D_0}) \times m \quad (14)$$

در سیستم زهکش کنترل شده و آبیاری زیرزمینی که ارتفاع آب در زهکش‌ها بالاست شدت زهکش کاهش می‌یابد و ممکن است منفی باشد. تحت چنین شرایطی آب از زهکش‌ها به داخل پروفیل خاک نفوذ کرده و سطح ایستابی در شکل ۱ بصورت منحنی خط چین در می‌آید. اگر این دو مدیریت زهکشی درست طراحی نشود باعث ایجاد سطح ایستابی بالا، کاهش ظرفیت خاک برای پذیرش نفوذ (بارندگی) و در نهایت ماندابی شدن مکرر خاک می‌گردد.

اصلوً مدل DRAINMOD برای اراضی صاف و با شیب کمتر از ۵ درصد نگاشته شده است. اما بتدریج با مطرح شدن شیب‌های بیش از ۵ درصد و نشت؛ مدل اصلاح گردید. بطوری که معادله زیر جهت برآورد ظرفیت هیدرولیکی زهکش در اراضی شیبدار به مدل اضافه گردید:

$$q_{ds} = K_e \times D \times \frac{\alpha}{l} \quad (14)$$

K_e : هدایت هیدرولیکی جانبی

l : طول شیب

α : شیب (%)

D : ارتفاع آب بالای لایه غیرقابل نفوذ

نشت عمودی زمانی مطرح می‌گردد که یک سفره تحت فشار در عمق کم نسبت به سطح زمین قرار داشته باشد و فشار هیدرولیکی آن نسبت به سطح ایستابی کم عمق منطقه دارای اختلاف باشد. در این صورت با حل معادله دارسی بصورت Straightforward میزان رطوبت هیدرولیکی ناشی از نشت قائم را بصورت زیر بدست می‌آوریم:

$$q_v = \frac{-K_v \times (H_a - H_t)}{T} \quad (15)$$

$$H_t = T + d + y \quad (16)$$

H_t : متوسط بار فشار در بالای لایه محدود کننده

H_a : بار فشار سفره تحت فشار

T : ضخامت سفره آب زیرزمینی

K_v : هدایت هیدرولیکی عمودی

y : ارتفاع سطح آب در زهکش

d : فاصله زهکش تا لایه محدود کننده

بسیار اتفاق می‌افتد که یکسری از مزارع در مجاورت رودخانه‌ها قرار می‌گیرند. همین امر باعث می‌شود تا یک تبادل جریان بین مزرعه و رودخانه بصورت نشت جانبی وجود داشته باشد. ظرفیت هیدرولیکی نشت جانبی با رعایت فرضیات دوپویی فورشهایمر عبارت است از:

$$q_l = \frac{K_1 \times ((d + y)^2 + h_1^2)}{2 \times l_1} \quad (17)$$

h_1 : ارتفاع سطح آب در رودخانه

l_1 : فاصله رودخانه تا زهکش

K_1 : هدایت هیدرولیکی افقی مؤثر

ورودی مدل:

مدل DRAINMOD ویرایش ۱/۵ رودی‌های مورد نیاز برای اجرای مدل را از طریق چندین پنجره مکالمه از کاربر دریافت می‌کند. شکل ۲ نمونه‌ای از این پنجره‌ها را نمایش می‌دهد.

۱- پارامترهای هواشناسی:

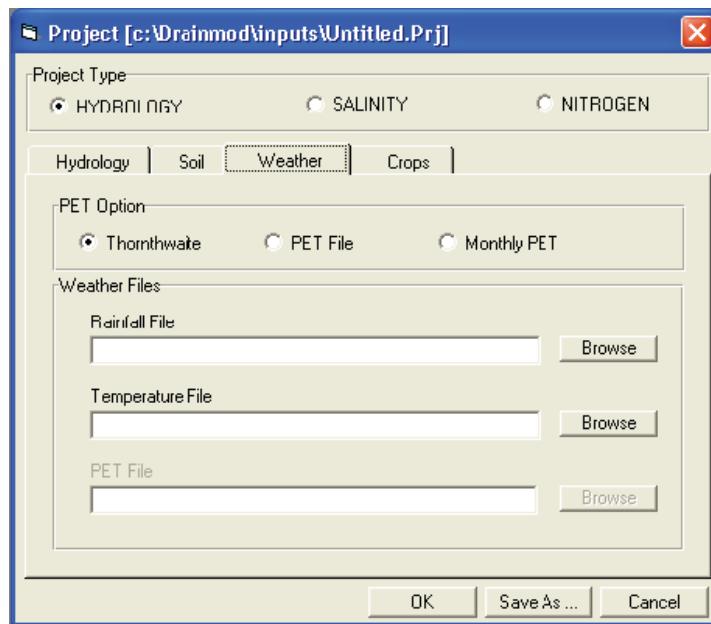
۱-۱- بارندگی:

با توجه به اینکه دقت برآورد مقادیر نفوذ، رواناب و نگهداشت سطحی واپسی به دقت داده‌های بارندگی است لذا داده‌های بارندگی یکی از پارامترهای مؤثر بر دقت مدل محسوب می‌شود. بنابراین ثبت داده‌ها با فواصل زمانی کمتر نتایج بهتری برای برآورد اجزاء مدل حاصل خواهد کرد. چون در بسیاری از ایستگاه‌های هواشناسی آمار بارندگی بصورت ساعت به ساعت ثبت می‌شود لذا گام زمانی مدل یک ساعت انتخاب می‌گردد. مدل DRAINMOD قادر به تحلیل مقادیر حاصل از ذوب برف نیست و این از جمله محدودیت‌های مدل محسوب می‌شود.

۱-۲- تبخیر و تعرق پتانسیل:

عبارت است از مجموع تبخیر از سطح خاک و تعرق از گیاه و از طریق آب خاک تأمین می‌شود. نیاز تبخیری اتمسفر از طریق جریان‌های رو به بالا از سطح ایستابی صورت می‌گیرد. نیاز تعرق نیز از طریق جذب رطوبت موجود در خاک در محیط ریشه صورت می‌پذیرد. اگر مقدار رطوبت موجود در محیط ریشه و حرکت رو به بالا از سطح ایستابی کمتر از حد تبخیر و تعرق پتانسیل باشد آنگاه تبخیر و تعرق واقعی کمتر از تبخیر و تعرق پتانسیل خواهد بود.

تبخیر و تعرق پتانسیل مورد نیاز به دو طریق وارد می‌گردد. مدل حداکثر و حداقل دمای روزانه را از کاربر دریافت نموده و از طریق روش ترنت وایت (Thorntwaite) مقدار تبخیر و تعرق پتانسیل را برآورد می‌کند و یا اینکه مقدار تبخیر و تعرق پتانسیل مستقیماً به مدل وارد می‌شود.



شکل ۲- نمونه‌ای از پنجره ورود اطلاعات به مدل DRAINMOD

۲- خصوصیات خاک:**۱-۲- هدایت هیدرولیکی افقی:**

آنالیز حساسیت مدل ثابت می‌کند که مدل DRAINMOD نسبت به خطای ایجاد شده در تبخیر و تعرق پتانسیل و هدایت هیدرولیکی بترتیب بیشترین حساسیت را نشان می‌دهد. بهمین دلیل توصیه می‌شود هدایت هیدرولیکی افقی خاک با یکی از دو روش Wall Permeameter و auger-hole method اندازه‌گیری گردد. در صورت عدم دسترسی به امکانات لازم جهت تعیین هدایت هیدرولیکی با دو روش مذکور، بکارگیری روش‌های Packer type-After drilling و Pumping-Out test بلامانع است.

۲- منحنی مشخصه رطوبتی:

با استفاده از دستگاه صفحات غشایی و صفحات فشاریتا مکش ۱۵۰۰۰ سانتیمتر تعیین شده و به مدل داده می‌شود.

۳- پارامترهای سیستم زهکشی:**۱-۳- عمق نصب زهکش****۲-۳- فاصله زهکش‌ها از یکدیگر****۳-۳- فاصله زهکش تا لایه غیرقابل نفوذ****۴-۳- نوع مدیریت زهکش‌ها****۵-۳- شعاع لوله زهکش****۶-۳- شبکه کارگذاری زهکش****۷-۳- حداقل عمق نگهداشت سطحی****۸-۳- عمق سطح ایستابی اولیه****۹-۳- عمق معادل****۴- مدیریت آبیاری:****۱-۴- عمق آب آبیاری****۲-۴- روز و ماه شروع آبیاری****۳-۴- دور آبیاری****۴-۴- ساعت شروع و پایان آبیاری در هر روز****۵-۶- عمق بارش احتمالی در طول آبیاری**

۵- پارامترهای گیاهی:

۱-۵- عمق مؤثر ریشه:

عمقی است که رطوبت آن توسط ریشه یا تبخیر از سطح خاک تخلیه می‌شود. چون فرایند شبیه‌سازی یک فرایند پیوسته است یک عمق مؤثر برای تمام طول دوره شبیه‌سازی تعریف می‌شود. وقتی که خاک آیش است عمق مؤثر ۲ تا ۵ سانتیمتر در نظر گرفته می‌شود. این عمق در طول دوره رویش بصورت یک جدول در اختیار مدل قرار می‌گیرد. عمق مؤثر ریشه برای روزهایی که در جدول داده نشده است بوسیله میان‌یابی توسط مدل برآورد می‌شود.

جدول ۲ عمق ریشه بعضی از گیاهان زراعی را برای شرایط بهینه آورده است. با توجه به اینکه شرایط بهینه فیزیکی و شیمیایی برای توسعه ریشه‌ها همواره موجود نیست لذا این عمق با یک ضریب تعديل شده و سپس وارد مدل می‌شود.

جدول ۲- عمق ریشه بعضی از گیاهان زراعی در شرایط بهینه

| گیاه | عمق ریشه در شرایط بهینه (فوت) |
|-------|-------------------------------|
| یونجه | ۳-۶ |
| ذرت | ۲/۵ |
| پنبه | ۴ |

۵-۲- زمان آستانه کاشت:

اگر گیاه مورد نظر از یک زمان معین دیرتر کاشته شود مقداری کاهش محصول را شاهد خواهیم بود. لذا مدل دو زمان را بعنوان آستانه تأخیر در کاشت از کاربر دریافت می‌کند. زمان اول حداقل تأخیر مجاز در کاشت و زمان دوم آخرین زمان تأخیر در کاشت می‌باشد. مقدار نسبی محصول تولید شده تحت تأثیر تأخیر در کاشت بصورت زیر برآورد می‌شود:

$$yr_p = 100 - PDRF_1 \times PDELAY \quad PDELAY < DELAY_1 \quad (۱۸)$$

$$(۱۹)$$

$$yr_p = 100 - PDRF_1 \times PDELAY_1 - PDRF_2 \times (PDELAY_2 - PDELAY_1) \quad PDELAY \geq DELAY_1$$

yr_p : محصول نسبی با تأخیر در کاشت

$PDELAY_1$: زمان تأخیر اول

$PDELAY_2$: زمان تأخیر دوم

$PDRF_1$: ضریب مربوط به تأخیر اول

$PDRF_2$: ضریب مربوط به تأخیر دوم

۵-۳- پارامترهای مربوط به تنش غرقابی:

اثرات غرقاب شدن محیط ریشه کاملاً شناخته شده است. بالا بودن سطح ایستابی و ورود رطوبت بیش از حد در محیط ریشه باعث تغییر بسیاری از فرایندهای مؤثر بر رشد گیاه شده و طبیعی است که کاهش محصول را بهمراه خواهد داشت. لذا هر گیاه با توجه به شرایط فیزیولوژیکی و عمق توسعه ریشه در آن دارای یک حد آستانه می‌باشد. مجموع آب اضافی در محیط ریشه یک گیاه به این صورت محاسبه می‌شود:

$$SEW = \sum_i^n (SEW_c - x_i) \quad (20)$$

SEW_c : حد آستانه آب اضافی هر گیاه

X_i : عمق سطح ایستابی در روز i

n : تعداد روزهای فصل رشد

مقدار نسبی کاهش محصول در اثر حضور آب اضافی در محیط ریشه بوسیله معادله ارائه شده توسط Hardjoamidjojo (۱۹۸۲) تعیین می‌گردد:

$$yr_w = yrd_{max} - Dslope \times SDI_w \quad SDI_w < 141 \quad (21)$$

$$yr_w = 0 \quad SDI_w > 141 \quad (22)$$

$$SDI_w = \sum_j^n CS_{wj} \times SDW_j \quad (22)$$

yrd_{max} : عرض از مبدأ مختصات منحنی‌های تنش رطوبتی و محصول نسبی

$Dslope$: شیب خط حاصل در مختصات منحنی‌های تنش رطوبتی و محصول نسبی

SDI_w : شاخص روزهای تنش غرقابی

CS_w : فاکتور حساسیت گیاه نسبت به تنش غرقابی

SDW : فاکتور تنش غرقابی که شبیه به مقدار SEW می‌باشد.

n : تعداد روزهای فصل رشد

۵-۴- پارامترهای تنش خشکی:

روز خشک روزی است که تبخیر و تعرق در اثر شرایط رطوبتی خاک محدود گردد. زمانی که سطح ایستابی تا یک عمق معین پایین رفت، جریان رو به بالا به تنها ی جوابگویی تبخیر و تعرق نخواهد بود و رطوبت ناحیه ریشه می‌بایست از طریق آبیاری تأمین شود. روزهایی که مقدار تبخیر و تعرق واقعی کمتر از تبخیر و تعرق پتانسیل باشد بشدت روی عملکرد گیاهی اثر کرده و بعنوان روزهای خشک مطرح می‌باشند. مدل DRAINMOD با استفاده از رابطه ارائه شده توسط Shaw (۱۹۷۸) مقدار نسبی محصول تولید شده از یک گیاه تحت تنش خشکی را بصورت زیر برآورد می‌کند:

$$yr_d = 100 - 1.22 \times SDI_d \quad (24)$$

$$SDI_d = \sum_j^n SD_{dj} \times CS_{dj} \quad (25)$$

$$SD_{dj} = \sum_k^n \left(1 - \frac{AET_k}{PET_k} \right) \quad (26)$$

yr_d : محصول نسبی تولید شده در اثر تنفس خشکی

SDI_d : شاخص تنفس خشکی

SD_{dj} : شاخص روز-تنفس

CS_{dj} : شاخص روز-حساسیت

AET : تبخیر و تعرق واقعی

PET : تبخیر و تعرق پتانسیل

n : تعداد دوره‌ها (هر ۵ روز یک دوره در نظر گرفته می‌شود.)

۵-۵- طول فصل رشد

۵-۶- زمان کاشت و برداشت

۶- پارامترهای مورد نیاز برای آبیاری با فاضلاب

۶-۱- روز و ماه شروع آبیاری

۶-۲- دور آبیاری

۶-۳- ساعت شروع و پایان آبیاری در هر روز

خروجی مدل:

ویرایش‌های اخیر مدل DRAINMOD (مثل ۵.۱ version) خروجی‌ها را در دو صورت گرافیکی (شکل ۳) و جداول (شکل ۴) حاوی اطلاعات تهیه می‌کنند. مواردی که می‌توان از خروجی‌های مدل بدست آورد عبارتند از:

۱- شبیه‌سازی رژیم رطوبتی خاک (نفوذ، رواناب سطحی، زهکشی و جریان صعود کاپیلاری)

۲- شبیه‌سازی نوسانات سطح ایستابی

۳- تعیین ظرفیت بار هیدرولیکی خاک برای تخلیه فاضلاب

۴- تعیین تعداد روزهای کاری در طول فصل رشد

۵- روزهای خشک در طول فصل رشد

۶- عملکرد نسبی محصول:

این مدل عملکرد نسبی گیاه را در هر سال برآورد می‌کند. عملکرد نسبی بصورت نسبت عملکرد واقعی به عملکرد پتانسیل تعریف می‌شود:

$$yr = \frac{y}{y_0} = yr_w \times yr_d \times yr_p \quad (27)$$

yr : عملکرد نسبی

y : عملکرد واقعی

y_0 : عملکرد پتانسیل محصول (متوجه عملکرد گیاه در طی چند سال بدون تنفس آبی)

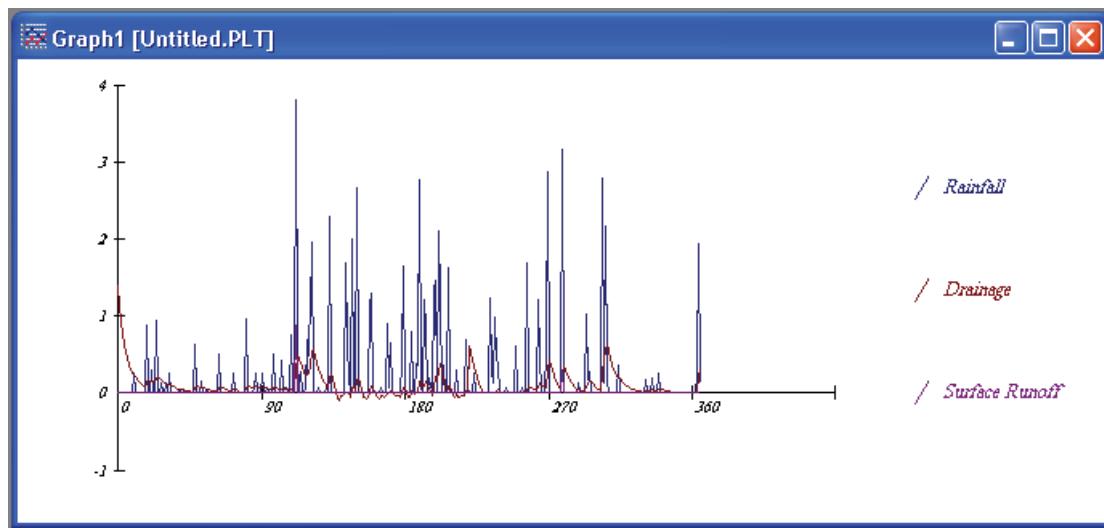
y_{r_w} : عملکرد نسبی محصول تحت تنفس غرقابی

y_{r_d} : عملکرد نسبی محصول تحت تنفس خشکی

y_{r_p} : عملکرد نسبی محصول بدلیل تأخیر در زمان کاشت

همانطور که از معادله ۲۷ بر می‌آید مدل DRAINMOD تأثیر تجمعی تنفس‌های ناشی از تنفس غرقابی،

تنفس خشکی و تنفس ناشی از تأخیر در زمان کاشت را بر روی عملکرد گیاه وارد می‌کند.



شکل ۳- شمایی از خروجی مدل بصورت گرافیکی

| RUN STATISTICS | | | | | | | | | | | | time: 12/ 2/2005 @ 23:25 |
|---|------|-------|-----|------------|-------|-----|-------|------|--------|-------|--|--------------------------|
| input file: c:\Drainmod\inputs\Untitled.Pnj | | | | | | | | | | | | |
| parameters: controlled drainage and yields calculated | | | | | | | | | | | | |
| drain spacing = 2000. cm drain depth = 100.0 cm | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 1972 | 1 | | | | | | | | | | |
| DAY | RAIN | INFIL | ET | DRAIN | TVOL | DDZ | DTWT | STOR | RUNOFF | WLOSS | | |
| 1 | .00 | .00 | .00 | .14091E+01 | 6.13 | .00 | 59.80 | .00 | .00 | 1.41 | | |
| 2 | .00 | .00 | .00 | .11376E+01 | 7.27 | .00 | 67.00 | .00 | .00 | 1.14 | | |
| 3 | .00 | .00 | .00 | .93167E+00 | 8.20 | .00 | 72.89 | .00 | .00 | .93 | | |
| 4 | .00 | .00 | .00 | .76547E+00 | 8.97 | .00 | 77.56 | .00 | .00 | .77 | | |
| 5 | .00 | .00 | .00 | .63498E+00 | 9.60 | .00 | 81.34 | .00 | .00 | .63 | | |
| 6 | .00 | .00 | .00 | .52776E+00 | 10.13 | .00 | 84.48 | .00 | .00 | .53 | | |
| 7 | .00 | .00 | .00 | .43883E+00 | 10.57 | .00 | 87.09 | .00 | .00 | .44 | | |
| 8 | .00 | .00 | .00 | .36499E+00 | 10.94 | .00 | 89.26 | .00 | .00 | .36 | | |
| 9 | .00 | .00 | .00 | .30424E+00 | 11.24 | .00 | 90.99 | .00 | .00 | .30 | | |
| 10 | .00 | .00 | .00 | .25594E+00 | 11.50 | .00 | 92.41 | .00 | .00 | .26 | | |
| 11 | .25 | .25 | .00 | .23883E+00 | 11.48 | .00 | 92.33 | .00 | .00 | .24 | | |
| 12 | .00 | .00 | .00 | .21801E+00 | 11.70 | .00 | 93.54 | .00 | .00 | .22 | | |
| 13 | .00 | .00 | .00 | .18366E+00 | 11.88 | .00 | 94.56 | .00 | .00 | .18 | | |

شکل ۴- شمایی از خروجی مدل بصورت جدول

حفظ منابع آب از آلاینده‌ها بعنوان یکی از مهم‌ترین نگرانی‌های است که در چند دهه اخیر به آن توجه شده است. بالا بودن سطح زیر کشت، پایین بودن راندمان آبیاری در مزارع، بکارگیری نادرست کود و سم و قرارگرفتن سطح ایستابی در اعماق کم باعث شده است تا آلاینده‌های خروجی از بخش کشاورزی بیشترین سهم آلودگی آب را به خود اختصاص دهند.

تأثیر نصب زهکش بر روی کیفیت آب یک منطقه می‌تواند مثبت و یا منفی باشد. چگونگی این تأثیر بسته به شرایط زهکشی در منطقه، طراحی و مدیریت سیستم زهکشی، فعالیت زراعی، نوع خاک، نوع مواد محلول آب خاک و اقلیم منطقه تغییر می‌کند. در نظرگرفتن تمام این پارامترها برای تعیین اثر یک زهکش بر کیفیت منابع آب بسیار پیچیده است. بکارگیری مدل‌هایی که در مدیدیریت‌های مختلف سرنوشت عناصر غذایی را در خاک دنبال می‌کنند از این پیچیدگی می‌کاهد. DRAINMOD-S و DRAINMOD-N از جمله این مدل‌ها هستند.

مدل DRAINMOD-N

نتیجات از جمله مهم ترین مواد مغذی گیاه است که عدم استفاده از آن در بخش کشاورزی کاهش شدید محصول را بهمراه خواهد داشت. جذب نشدن این ماده به کلوبیدهای خاک از یکسو و حلالیت بسیار بالای این ماده در آب از سوی دیگر باعث می‌شود تا بسرعت از دسترس ریشه گیاه خارج شده و وارد منابع آب زیرزمینی کم عمق گردد. ورود این ماده به منابع آب سطحی و زیرزمینی باعث کاهش شدید کیفیت آب شده و حتی قادر است یک منبع عظیم آبی را به لحاظ کیفی از حیض انتفاع خارج کند.

توصیف مدل:

مدل DRAINMOD-N یک مدل نیمه دو بعدی است. Breve' و همکاران در سال ۱۹۹۷ مدل DRAINMOD-N را از توسعه مدل DRAINMOD بدست آوردند. لذا تمام فرضیات و ساده‌سازی‌های بیان شده در بخش قبل در اینجا نیز صادق می‌باشد. چون مدل DRAINMOD-N اجزاء نیتروژن را در منطقه غیراشباع بصورت یک بعدی و در جهت عمودی و در منطقه اشباع بصورت دو بعدی و در هر دو جهت افقی و عمودی مورد بررسی قرار می‌دهد؛ لذا DRAINMOD-N به یک مدل نیمه دو بعدی شهرت یافته است. DRAINMOD-N نیتروژن را در قالب نیترات ($\text{NO}_3\text{-N}$) تحلیل می‌کند و آمونیوم ($\text{NH}_4\text{-N}$) را در سیکل نیتروژن وارد نمی‌کند. در واقع فرض بر این است که آمونیوم (بار مثبت) بسرعت توسط کلوبیدهای (بار منفی) خاک جذب شده و یا در اثر فعل و انفعالات باکتریایی به نیترات تبدیل می‌گردد. بنابراین پارامترهای نیتروژن‌دار مورد نظر در این مدل از ورود اطلاعات نیتروژن باران، کودهای محلول، معدنی شدن مواد آلی نیتروژن دار، دنیتریفیکاسیون، جذب گیاهی و رواناب خروجی و آب زهکشی شده حاصل می‌گردد(شکل ۵).

منطقه غیراشباع:

فرض می شود که جریان در محیط غیراشباع خاک یک بعدی و بصورت عمودی باشد. لذا سیکل نیتروژن (شکل ۲) را می توان در قالب یک معادله Advective-Dispersive-Reactive (ADR) بصورت زیر نمایش داد:

$$\frac{\partial(\theta C)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} (\theta D \frac{\partial C}{\partial z}) - \frac{\partial}{\partial z} (qC) + \Gamma \quad (28)$$

$$D = \lambda \left| \frac{q}{\theta} \right| + \tau \times D^* \quad (29)$$

C : غلظت نیترات

θ : رطوبت حجمی

q : شدت زهکشی عمودی

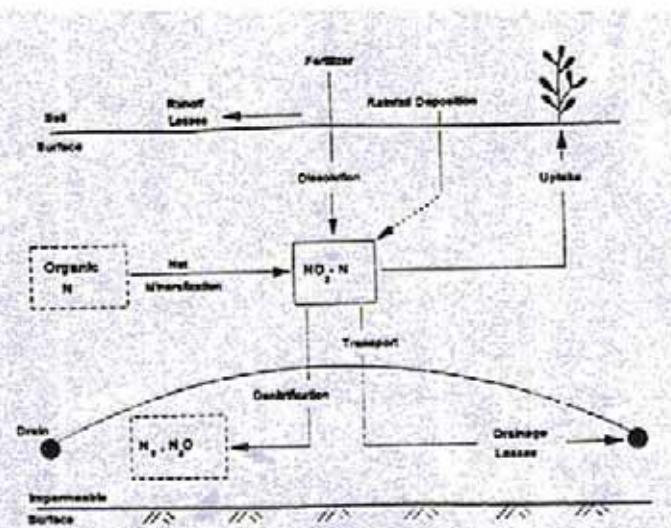
D : ضریب پخشیدگی هیدرودینامیکی

Γ : ترم تخلیه و تغذیه نیترات

λ : ضریب انتشار

τ : فاکتور بی بعد پیچ و خم دار بودن مسیر حرکت

D^* : ضریب پخشیدگی مولکولی



شکل ۵- سیکل نیتروژن در پروفیل خاک غیراشباع

معادله ۲۸ از طریق روش تفاضل‌های محدود (Finite-Difference) بطور صریح قابل حل است. با فرض اینکه جهت مثبت محور Z به سمت پایین و جهت حرکت آب نیز همسو با این محور باشد:

(۳۰)

$$C_i^{t+1} = \frac{C_i^t \theta_i^t}{\theta_i^{t+1}} + \frac{\theta_{i+1}^t D_{i+1}^{t+1} \left(\frac{C_{i+1}^t - C_i^t}{\Delta z} \right) - \theta_i^t D_i^{t+1} \left(\frac{C_i^t - C_{i-1}^t}{\Delta z} \right)}{\Delta z} \times \frac{\Delta t}{\theta_i^{t+1}} + \frac{(q_i^{t+1} C_{i-1}^t - q_{i+1}^{t+1} C_i^t) \Delta t}{\theta_i^{t+1} \Delta z} + \frac{\Gamma \Delta t}{\theta_i^{t+1}}$$

در معادله فوق Δz و Δt بترتیب گام‌های مکانی و زمانی مورد نظر برای شبکه‌بندی محیط پیوسته خاک و زمان می‌باشند. $t+1$ بترتیب گام‌های زمانی قبلی و جدید و $i+1$ بترتیب گام‌های مکانی قبلی و جدید را نشان می‌دهند. مقدار رطوبت در هر گام مکانی با توجه به رابطه بین عمق و رطوبت در محیط غیراشباع و از معادله بیلان ارائه شده در مدل DRAINMOD بدست می‌آید.

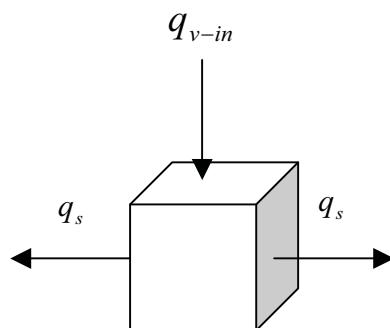
منطقه اشباع:

حرکت عمودی جریان از سطح ایستابی به سمت لایه غیرقابل نفوذ بصورت خطی کاهش می‌یابد. علت این امر حضور سیستم زهکشی و حرکت افقی جریان بطرف زهکش‌ها می‌باشد. بطوری که در لایه غیرقابل نفوذ جریان عمودی صفر خواهد شد. با شبکه‌بندی محیط پیوسته منطقه اشباع می‌توانیم مقدار جریان افقی آب را از حاصل تفريق ورودی و خروجی جریان عمودی به هر سلول از شبکه بدست آورد (شکل ۶). بنابراین معادله ۳۰ را می‌توان برای حالت اشباع نیز بکار برد بشرطی که ترم مربوط به جریان افقی نیز در نظر گرفته شود:

(۳۱)

$$C_i^t = \frac{C_i^t \theta_i^t}{\theta_i^{t+1}} + \frac{\theta_{i+1}^t D_{i+1}^{t+1} \left(\frac{C_{i+1}^t - C_i^t}{\Delta z} \right) - \theta_i^t D_i^{t+1} \left(\frac{C_i^t - C_{i-1}^t}{\Delta z} \right)}{\Delta z} \times \frac{\Delta t}{\theta_i^{t+1}} + \frac{(q_i^{t+1} C_{i-1}^t - q_{i+1}^{t+1} C_i^t - q_s^{t+1}) \Delta t}{\Delta z \theta_i^{t+1}} + \frac{\Gamma \Delta t}{\theta_i^{t+1}}$$

q_s : اختلاف جریان ورودی و خروجی به هر سلول (جریان افقی به سمت زهکش‌ها).



شکل ۶ - نمایش حرکت آب به طرف زهکش‌ها در یک محیط اشباع در هر سلول

صعود کاپیلاری و جریان آب به سمت بالا را نیز می‌توان از طریق معادله ۲۱ دخالت داد. به این ترتیب که $q_{i+1}^{t+1}C_{i+1}^t$ به $q_i^{t+1}C_i^t$ و $q_s^{t+1}C_i^t$ به $q_i^{t+1}C_i^t$ تبدیل می‌شود. از مقدار q_s نیز صرفنظر می‌شود مگراینکه لوله زهکش بعنوان زهکش‌های کنترل شده و یا آبیاری زیرزمینی بکارگرفته شوند.

تابع مربوط به روند تغییرات نیترات در مدل DRAINMOD-N از طریق معادلات زیر تولید می‌شود:

$$\Gamma = \Gamma_{dep} + \Gamma_{fer} + \Gamma_{mnl} - \Gamma_{mf} - \Gamma_{upt} - \Gamma_{den} \quad (۳۲)$$

Γ_{dep} : تابع مربوط به نیترات حاصل از باران

Γ_{fer} : تابع مربوط به نیترات حاصل از کودهای محلول

Γ_{mnl} : تابع مربوط به نیترات حاصل از معدنی شدن مواد آلی

Γ_{ref} : تابع مربوط به تلفات نیترات در رواناب سطحی

Γ_{upt} : تابع مربوط به تلفات نیترات از طریق جذب گیاهی

Γ_{den} : تابع مربوط به تلفات نیترات از طریق فرایند دنیتریفیکاسیون

نیترات حاصل از کودهای محلول از یک تابع درجه صفر برآورده می‌شود:

$$\Gamma_{fer} = K_{fer} \frac{A_{fer}}{D_{fer}} \quad (۳۳)$$

$$K_{fer} = 1 \quad \theta \geq \theta_{fer}$$

$$K_{fer} = 0 \quad \theta < \theta_{fer}$$

K_{fer} : ثابت انحلال

θ_{fer} : رطوبت آستانه انحلال کود

D_{fer} : عمقی از ستون خاک در تماس با کود

A_{fer} : مقدار کود داده شده

انحلال کود از یک رطوبت مشخص آغاز می‌شود که رطوبت آستانه انحلال نامیده می‌شود. مقدار این رطوبت از حاصل جمع رطوبت نقطه پژمردگی و ۲۵ درصد اختلاف رطوبتهاي نقطه پژمردگی و ظرفیت زراعی گیاه بدست می‌آید:

$$\theta_{fer} = \theta_{pwp} + 0.25(\theta_{fc} - \theta_{pwp}) \quad (۳۴)$$

نیترات حاصل از معدنی شدن نیتروژن موجود در مواد آلی خاک نیز از یک تابع درجه صفر تولید می‌شود:

$$\Gamma_{mnl} = K_{mnl} \cdot f_{mnl\theta} \cdot f_{temp} \cdot \rho \cdot O_n \quad (۳۵)$$

$$f_{mnl\theta} = 0.6 + 0.4 \left(\frac{\theta_{sat} - \theta}{\theta_{sat} - \theta_{high}} \right)^2 \quad \theta_{high} \leq \theta < \theta_{sat} \quad (۳۶)$$

$$f_{mnl\theta} = 1.0 \quad \theta_{low} \leq \theta < \theta_{high} \quad (۳۷)$$

$$f_{mnl\theta} = \left(\frac{\theta - \theta_{wp}}{\theta_{low} - \theta_{wp}} \right)^2 \quad \theta_{wp} \leq \theta < \theta_{low} \quad (۳۸)$$

$$f_{temp} = Q_{10}^{\left(\frac{T-t_b}{10}\right)} \quad (39)$$

K_{mn} : ضریب سرعت معدنی شدن

$f_{mn\theta}$: فاکتور بی بعد اصلاح رطوبت

f_{temp} : فاکتور بی بعد اصلاح دما

ρ : وزن مخصوص ظاهری خاک

O_n : غلظت نیتروژن موجود در مواد آلی

θ_{high} : حداکثر رطوبت مناسب برای فرایند معدنی شدن

θ_{low} : حداقل رطوبت مناسب برای فرایند معدنی شدن

Q_{10} : نرخ معدنی شدن به ازاء ۱۰ درجه تغییر در دمای خاک

t_b : دمای پایه هرگاه f_{temp} برابر واحد باشد. (معمولًاً $20^{\circ}C$ است.)

دمای خاک T

محاسبه دمای خاک با استفاده از رابطه مشابه با معادله Rijtema و Kroese (۱۹۹۱) بصورت زیر حاصل می شود:

$$T = T_a - A_0 \cdot \exp\left(\frac{-z}{D_m}\right) \cdot \cos\left[\frac{2\pi}{365}(t_j - \Phi) - \frac{z}{D_m}\right] \quad (40)$$

$$A_0 = \frac{T_{max-mon} - T_{min-mon}}{2} \quad (41)$$

$$O_n = O_{n-max} \cdot f_z \quad (42)$$

$$f_z = \exp(-\alpha \cdot z) \quad (42)$$

متوسط دمای سالیانه خاک (یا هوا) T_a

amplitude of tempreture : A_0

عمقی از ستون خاک که تحت تأثیر دماست. D_m

فاز انتقال Φ

شماره روز از سال t_r

حداکثر دمای ماهانه $T_{max-mon}$

حداقل دمای ماهانه $T_{min-mon}$

حداکثر غلظت نیتروژن در مواد آلی O_{n-max}

فاکتور بی بعد عمق f_z

ضریب تجربی ($0.05 - 0.02$)

تابع مرتبه صفر زیر نیز برای بدست آوردن تلفات نیتروژن در اثر فرایند دنیتریفیکاسیون ارائه شده است:

$$\Gamma_{den} = K_{den} \cdot f_{den\theta} \cdot f_{temp} \cdot f_z \cdot \theta_i^t \cdot C_i^t \quad (44)$$

$$\Gamma_{den} = 0 \quad \theta < \theta_{den}$$

$$f_{den\theta} = \left(\frac{\theta - \theta_{den}}{\theta_{sat} - \theta_{den}} \right)^2 \quad (45)$$

K_{den} : ضریب تغییرات دنیتریفیکاسیون ($0.004 - 0.08$)

θ_{den} : حد آستانه شروع دنیتریفیکاسیون

$f_{den\theta}$: فاکتور بی بعد رطوبت خاک

ریشه‌های گیاه مقدار نیترات را از محیط خاک جذب می‌کنند که مقدار آن بصورت تابع زیر بوسیله Sheffer (۱۹۹۱) ارائه شده است:

$$\Gamma_{upt} = \frac{yld \cdot N \cdot \Delta ft}{Rz} \quad (46)$$

yld : مقدار تولید محصول

N : درصد نیتروژن موجود در محصول تولید شده توسط گیاه

Rz : عمق مؤثر ریشه

Δft : مقدار نیاز گیاه به نیتروژن

محاسبه مقدار نیتروژنی که از طریق رواناب شسته شده و از مزرعه خارج می‌شود. مشابه روش ارائه شده در مدل CREAMS می‌باشد:

$$\Gamma_{mf} = q_{mf}^{t+1} \cdot \frac{C_{rnf}}{\Delta z} \quad (47)$$

$$C_{rnf} = \frac{(C_f - C_{rain}) \cdot (1 - \exp(-K_2 \cdot q_{rnf}^{t+1}))}{K_2 \cdot q_{rnf}^{t+1}} + C_{rain} \quad (48)$$

$$C_f = (C_i^t - C_{rain}) \cdot \exp(-K_1 \cdot f^{t+1}) + C_{rain} \quad (49)$$

$$K_1 = \frac{K_{ext1}}{\theta_{sat}} \quad K_2 = \frac{K_{ext2}}{\theta_{sat}} \quad (50)$$

C_{mf} : متوسط غلظت نیترات موجود در رواناب

q_{mf} : شدت تخلیه رواناب

f : سرعت نفوذ

C_{rain} : غلظت نیترات در باران

C_1 : غلظت نیترات در لایه سطحی

K_{ext1} : ضریب نفوذ

K_{ext2} : ضریب رواناب

نیترات ورودی به پروفیل خاک از طریق بارش‌های جوی از طریق رابطه زیر برآورد می‌شود:

$$\Gamma_{dep} = \frac{f^{t+1} \cdot C_{rain}}{\Delta z} \quad (51)$$

همانطور که قبلًا ذکر شد مدل DRAINMOD-N معادله ADR را بصورت صریح حل می‌کند. لذا لازم است تا یکسری محدودیت‌هایی برای شبکه بندی و تعیین بازه‌های زمان و مکان ارائه شود تا حل معادله دچار مشکل نشود. مدل DRAINMOD-N بصورت اتوماتیک گام‌های زمانی را براساس عدد کورانت (Caurant Number) اصلاح می‌کند. هرگاه هیچگونه بارندگی یا تبخیر و تعرقی وجود نداشته باشد گام‌های زمانی را ۱۲ ساعت (نیمروز) درنظر گرفته و در غیر اینصورت گام زمانی براساس عدد کورانت گام زمانی به نصف مقدار اولیه تبدیل می‌شود و مسیر آنقدر تکرار می‌شود که در بیلان جرم خطای مشاهده شود و یا گام‌های زمانی به ۳۶ دقیقه برسد (گام‌های زمانی کوچکتر از ۳۶ دقیقه زمان زیادی را برای اجرای مدل می‌طلبید). گام زمانی ۳۶ دقیقه بهمراه گام مکانی ۵ سانتیمتر کوچکترین شبکه‌بندی زمانی را و مکانی را تشکیل می‌دهند و کوچکتر از این مقدار توصیه نمی‌شود.

Breve' و همکاران (۱۹۹۷) اعتبار نتایج بدست آمده از مدل را با شرایط مزرعه‌ای مورد ارزیابی قرار دادند. آنها طی یک مطالعه ۱۴ ماهه در کارولینای شمالی نتایج بدست آمده از مدل را دارای یک انطباق قابل قبول با نتایج بدست آمده از شرایط مزرعه‌ای اعلام نمودند. از سوی دیگر Harmsen و همکاران (۱۹۹۱) نتایج بدست آمده از مدل VS2DT را با نتایج بدست آمد از مدل DRAINMOD-N را مقایسه کرده و اعتبار مدل را تأیید نمودند.

ورودی مدل:

همانطور که گفته شد مدل DRAINMOD حاصل بسط مدل DRAINMOD می‌باشد. لذا علاوه بر پارامترهای ورودی ذکر شده برای مدل DRAINMOD پارامترهای زیر نیز برای تکمیل ورودی‌های مدل DRAINMOD-N لازم است.

۱- ضرایب معادلات:

۱-۱- ضریب انتشار

۱-۲- فاکتور بی بعد پیچ و خم دار بودن مسیر حرکت

۱-۳- ضریب پخشیدگی مولکولی

۱-۴- ضریب تغییرات دنیتریفیکاسیون

۱-۵- ضریب سرعت معدنی شدن

۲- پارامترهای گیاهی:

۲-۱- درصد نیتروژن موجود در مواد آلی

۲-۲- حداقل تولید محصول

۲-۳- منحنی جذب نیتروژن در دوره رشد

۳- خصوصیات خاک:

۳-۱- رطوبت نقطه پژمردگی

۳-۲- وزن مخصوص ظاهری

۳-۳- رطوبت آستانه انحلال کود

۴-۱- نرخ معدنی شدن به ازاء ۱۰ درجه تغییر در دمای خاک

۴-۲- دمای پایه هرگاه f_{temp} برابر واحد باشد

۴-۳- متوسط دمای سالیانه خاک (یا هوا)

۴-۴- فاز انتقال

۴-۵- عمقی از ستون خاک که تحت تأثیر دماست

۴- شرایط اولیه:

۴-۱- غلظت نیترات در اعماق مختلف خاک

۴-۲- غلظت نیترات در باران

۴-۳- غلظت نیتروژن در مواد آلی

آنالیز حساسیت انجام شده بر روی مدل ثابت کرده است که نتایج مدل نسبت به تغییر مقادیر ضرایب سرعت دinitریفیکاسیون و معدنی شدن و مقدار نیترات موجود در آب باران بسیار حساس میباشد. لذا لازم است تا در برآورد صحیح این پارامترها دقیق کافی مبذول گردد.

خروجی مدل:

خروجی‌های مدل (علاوه بر خروجی مدل DRAINMOD) را میتوان در دو بخش تقسیم کرد:

بخش اول: مقدار عددی هر یک از اجزاء معادله ۳۲ محاسبه شده و در نهایت در یک ستون به نام جرم نهایی برای هر روز جمع زده میشود.

بخش دوم: غلظت نیترات را در گام‌های مکانی تعیین شده (از سطح خاک تا لایه غیرقابل نفوذ) برای هر روز نمایش می‌دهد.

مدل DRAINMOD-S:

Skaggs و همکاران در سال ۱۹۹۱ مدل DRAINMOD را برای تخمین سرعت جريان دارسي اصلاح کردند. نحوه اصلاح مدل به اين شكل بود که برای محاسبه سرعت متوسط جريان بعنوان تابعی از مکان و

در طول گام زمانی Δt ، فاصله سطح ایستابی تا سطح خاک را به بازه‌های کوچک Δz تبدیل شده و بصورت زیر عمل گردید:

$$q_{z+\Delta z} = q_z - \frac{\Delta v_g}{\Delta t} \quad (52)$$

q_z : سرعت جریان آب در عمق z از سطح خاک

$q_{z+\Delta z}$: سرعت جریان آب در عمق $z + \Delta z$ از سطح خاک

Δv_g : تغییرات حجم هوای خاک در واحد سطح و ضخامت Δz

Kadnل و همکاران در سال ۱۹۹۲ مدل DRAINMOD را برای پیش‌بینی غلظت نمک در پروفیل خاک و آب زهکشی شده اصلاح کرده و با نام DRAINMOD-S عرضه نمودند.

توصیف مدل:

برای درک بهتر نحوه توسعه مدل DRAINMOD-S ابتدا لازم است تا برخی مفاهیم شرح گردد.
انتقال نمک در منطقه غیراشباع: روش استاندارد انتقال نمک در منطقه غیراشباع خاک براساس معادله انتقال (ADR) Advection-Dispersive-Reactive استوار است:

$$\frac{\partial \theta \cdot C}{\partial t} = \nabla \cdot (\theta \cdot D_n \cdot \nabla C - q \cdot C) + R(c) + \Gamma_c \quad (53)$$

C : غلظت متوسط نمک

D_n : تانسور درجه دوم انتشار آبی

q : بردار سرعت جریان

$R(c)$: فعالیت کلی نمک

Γ_c : تغذیه و تخلیه نمک

در سیستم‌های یک بعدی که شامل نمک‌های غیرفعال می‌باشد معادله فوق بصورت زیر اصلاح می‌شود:

$$\frac{\partial \theta \cdot C}{\partial t} = (\theta \cdot D_{hz} \cdot \frac{\partial C}{\partial z}) - q_z \cdot \frac{\partial C}{\partial z} + \Gamma_c \quad (54)$$

D_{hz} : ضریب انتشار آبی در جهت طولی

q_z : بردار سرعت جریان در جهت محور z

Kadnل و همکاران برای شبیه‌سازی نمک در پروفیل خاک و آب خروجی از زهکش‌ها ابتدا معادله Advection-Dispersive حل نمودند. حل معادله با استفاده از روش اجزاء محدود (Finite-Element) انجام شد. نتایج بدست آمده از بیلان آب (DRAINMOD) و حل عددی معادله ریچاردز مقایسه شده و نتایج بدست آمده از حل عددی معادله AD تأیید گردید. بنابراین Kadnل و همکاران در قسمت اول تحقیق خود ثابت کردند که می‌توان

برای حل معادله انتقال نمک از ورودی‌های مربوط به رطوبت داخل مدل DRAINMOD استفاده نمود. در بخش دوم لازم بود که معادله انتقال نمک به روش بیلان جرم حل گردد.

با فرض اینکه جهت مثبت محور z بسمت پایین و شدت جریان نیز در همین جهت باشد روش بیلان جرم را برای حل معادله انتقال نمک (معادله ۵۴) و برای کل نمک‌های حل شده در پروفیل خاک و در هر گام زمانی Δt بکار برده می‌شود (شکل ۶). لذا:

$$C_i^{new} = \frac{C_i^{old} \cdot \theta_i^{old}}{\theta_i^{new}} + \frac{(M_{out} - M_{in})}{\Delta z \cdot \theta_i^{new}} + \frac{\Gamma \cdot \Delta t}{\theta_i^{new}} \quad (55)$$

$$M_{in} = \left(\frac{\theta_i^{old} \cdot D_i \cdot (C_i^{old} - C_{i+1}^{old})}{\Delta z} - q_i^{new} \cdot C_{i-1}^{old} \right) \cdot \Delta t \quad (56)$$

$$M_{out} = -M_{lat} + \left(\frac{\theta_{i+1}^{old} \cdot D_{i+1} \cdot (C_{i+1}^{old} - C_i^{old})}{\Delta z} - q_{i+1}^{new} \cdot C_i^{old} \right) \cdot \Delta t \quad (57)$$

$$M_{lat} = (q_i^{new} - q_{i+1}^{new}) \cdot C_i^{old} \cdot \Delta t \quad (58)$$

C_i^{old} و C_i^{new} : غلظت نمک در لایه i ام و در پایان گام‌های زمانی قبلی و فعلی می‌باشد.

θ_i^{old} و θ_i^{new} : رطوبت در لایه i ام و در پایان گام‌های زمانی قبلی و فعلی می‌باشد.

Δt : گام زمانی

Δz : گام مکانی

Γ : تخلیه و یا تغذیه (مقدار رسوب و یا انحلال نمک)

M_{in} : جرم نمکی که در گام زمانی Δt وارد لایه i ام شده است.

M_{out} : جرم نمکی که در گام زمانی Δt از لایه i ام خارج شده است.

q : شدت جریان در فصل مشترک لایه i و $i-1$

D_i : ضریب پخشیدگی

q_{i+1} : شدت جریان در فصل مشترک لایه i و $i+1$

M_{lat} : جرم نمک خارج شده از لایه i ام توسط زهکش‌های افقی در فاصله زمانی Δt

هرگاه جریان رو به بالا در شرایط عدم حضور جریان زهکشی افقی را شاهد باشیم (شکل ۷) معادله ۵۵

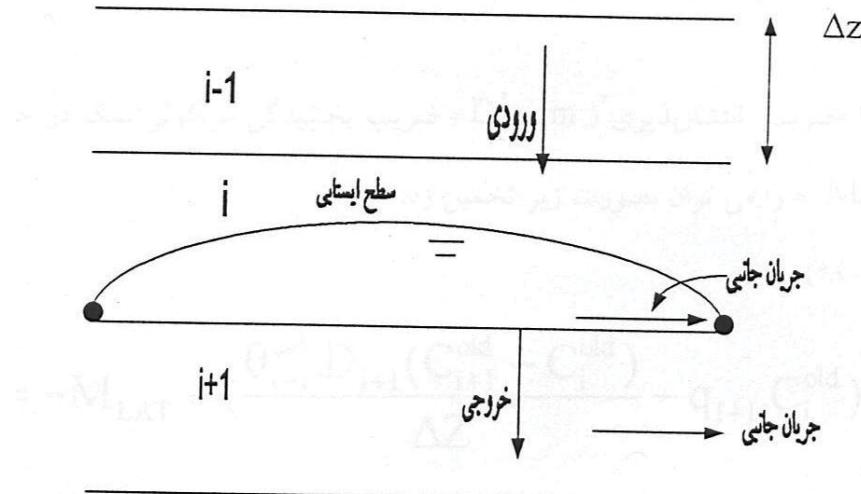
بصورت زیر اصلاح می‌کنیم:

$$C_i^{new} = \frac{C_i^{old} \cdot \theta_i^{old}}{\theta_i^{new}} + \frac{(M_{out} - M_{in})}{\Delta z \cdot \theta_i^{new}} + \frac{\Gamma \cdot \Delta t}{\theta_i^{new}} \quad (59)$$

$$M_{in} = \left(\frac{\theta_i^{old} \cdot D_{i+1} \cdot (C_{i+1}^{old} - C_i^{old})}{\Delta z} - q_{i+1}^{new} \cdot C_{i+1}^{old} \right) \cdot \Delta t \quad (60)$$

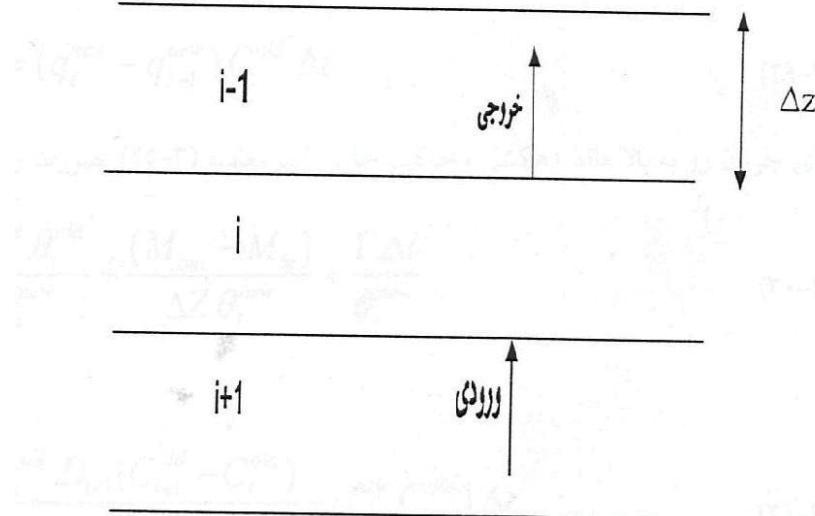
$$M_{out} = \left(\frac{\theta_i^{old} \cdot D_i \cdot (C_i^{old} - C_{i+1}^{old})}{\Delta z} - q_i^{new} \cdot C_i^{old} \right) \cdot \Delta t \quad (61)$$

جريان رو به پایین



شكل ۶- شماتیکی از جریان رو به پایین در مدل S

جريان رو به بالا



شكل ۷- شماتیکی از جریان رو به بالا در مدل S

شرایط مرزی برای حل مسئله انتقال نمک بصورت شرایط دریخله (مقدار پارامتر مجھول در روی مرزها دقیقاً مشخص است). در روی مرزهای ورودی و شرایط نیومن (پارامتر مجھول در روی مرز بصورت گرادیان باشد) در روی مرزهای جریان خروجی تعریف می‌شود. در طول دوره‌هایی که تبخیر و تعرق بیشتر از شدت نفوذ باشد فرض می‌شود که نمک بعنوان یک ترم تغذیه در گره‌های منطقه ریشه به شدت جریان خالص (جریان رو به بالا) اضافه می‌شود.

معمولآً آب آبیاری حاوی نمکهای باقابلیت اتحلال کم و زیاد می‌باشد. قابلیت اتحلال نمک بصورت جرمی از نمک که در واحد حجم محلول (تحت شرایط ویژه) حل خواهد شد تعریف می‌گردد. نمکهای باقابلیت اتحلال بالا مانند (CaCl_2 , MgSO_4 , NaCl) تنها در غلظت‌های خیلی بالاتر از غلظت محدود کننده برای رشد گیاه از محلول خاک جدا شده و رسوب می‌کنند. نمکهای باقابلیت اتحلال کم شامل کربنات متیزیم و کلسیم و گچ هستند. وجود این نمکها در آب آبیاری ممکن است تأثیر قابل ملاحظه‌ای در روی بیلان نمک در خاک داشته باشد.

ترم تغذیه و تخلیه برحسب شوری کل بکار رفته است. رسوب‌گذاری و اتحلال نمک با تعریف یک غلظتی از محلول خاک (R) که در آن غلظت هیچ رسوب و یا اتحالی رخ نمی‌دهد تخمین زده می‌شود. اگر غلظت محلول بزرگتر از R باشد، رسوب رخ می‌دهد و اگر کمتر از R شود و نمک به حالت جامد در خاک موجود باشد، اتحلال رخ خواهد داد. برای بدست آوردن R برای یک نمک معین فرض می‌شود که یک مقدار نامحدودی از این نمک در ابتدا بصورت جامد در خاک موجود باشد. نمک موجود در خاک در محلول خاک حل می‌شود تا اینکه موازنۀ برقرار شود و مقدار R با غلظت محلول در حال تعادل مساوی گرفته شود. ترتیب اجرای عملیات شبیه‌سازی در مدل DRAINMOD-S به این ترتیب است که ابتدا عمق سطح ایستابی، شدت زهکشی، شدت جریان آب در خاک و رطوبت خاک در طول یک روز پیش‌بینی و شبیه‌سازی می‌شود. سپس غلظت‌ها توسط مدل انتقال در همان روز برآورد می‌گردد.

ورودی مدل:

همانطور که گفته شد مدل DRAINMOD-S حاصل بسط مدل DRAINMOD می‌باشد. لذا علاوه بر پارامترهای ورودی ذکر شده برای مدل DRAINMOD پارامترهای زیر نیز برای تکمیل ورودی‌های مدل DRAINMOD-S لازم است.

- ۱- ضرایب پخشیدگی در خاک
- ۲- عمق خشک اولیه
- ۳- بازۀ مکانی (Δz)
- ۴- عمق متوسط نمک
- ۵- پروفیل غلظت نمک در برابر عمق

منابع:

- ۱- لیاقت. عبدالمجید. ۱۳۸۲، جزوء درسی رابطه آب و خاک و گیاه تکمیلی. بخش آبیاری و زهکشی.
دانشگاه تهران.
- 2- Breve', M.A., R.W.Skaggs., J.E.Parsons., J.W.Gilliam. 1997 .DRAINMOD-N, A Nitrogen Model For Artificially Drained Soils. Soil&Water Div. of ASAE. Vol40(4):1067-1075.
- 3- Breve', M.A., R.W.Skaggs., J.E.Parsons., J.W.Gilliam., A.T.Mohammad., G.M.Chescheir., R.O.Evans. 1997 .Field Testing Of DRAINMOD-N. Soil&Water Div. of ASAE. Vol40(4):1077-1085.
- 4- Breve', M.A. 1994. Modeling The Movement And Fate Of Nitrogen In Artificially Drained Soils. Ph.D Thesis, North Carolina State University, Raleigh, NC 7520-7625,225P.
- 5- Ehteshami, M. 1988. Optimol Design Of Subsurface Drainage Systems. Ph.D Dissertation Utah State University Legal, 215P.
- 6- Gayle, G., R.W.Skaggs and C.E.Carter. 1985. Evaluation Of a Water Management Model For A Louisiana Sugar Cane Field. J. Of Am. Soc. Of Sugar Cane Technologists. Vol 4.4:18-28.
- 7- Kandil, M.H. 1992. DRAINMOD-S: A Water Management Model For Irrigated Arid Lands. Ph.D Thesis, North Carolina State University, Raleigh.
- 8- Skaggs, R.W. 1980. DRAINMOD Reference Report. Method For Design And Evaluation Of Drainage-Water Management Systems For Soils With High Water Tables. USDA-SCS 329 PP.

کارگاه آموزشی مدلسازی در آبیاری و زهکشی

۱۴۰۲ آذر ماه ۱۴۳۸

بررسی کاربرد مدل‌های فیزیکی در طراحی شبکه‌های انتقال آب

جواد فرهودی^۱

چکیده

مطالعه پدیده‌های طبیعی و پیش‌بینی پیامدهای آن یکی از الزام‌های مهندسی در طراحی سازه‌ها بویژه سازه‌های هیدرولیکی می‌باشد. انجام این مطالعات وابسته به ایجاد سازه‌ای کوچکتر می‌باشد که از هر نظر بتواند شرایط حاکم بر پدیده طبیعی را بطور دقیق منعکس نماید. دستیابی به چنین شرایط یکسان ناگزیر از بهره‌گیری از آنالیز ابعادی، اصول تشابه و احداث مدل‌های فیزیکی خواهد بود. در این مقاله سعی شده است تا با ارائه اصول کلی، روش‌های متداول طرح و ساخت مدل‌های فیزیکی را بیان نمود.

مقدمه

از بدو پیدایش اندیشه مهندسی مطالعه پدیده‌های طبیعی قبل از وقوع آنها، یکی از سؤالات مهم مهندسی در زندگی بشر بوده است چرا که؛ مطالعه چنین پدیده‌هایی در مقیاس واقعی به سادگی امکان‌پذیر نخواهد بود. لذا برای مطالعه چنین پدیده‌هایی، لازم است پدیده واقعی را در مقیاس کوچک (مدل) مورد مطالعه قرار داده و نتایج حاصل از تحلیل‌های ممکن را برای پیش‌بینی عملکرد پدیده طبیعی واقعی (پروتوتیپ) مورد بهره‌برداری قرارداد. انجام چنین عملی مبتنی بر ایجاد مدل کوچک از پدیده و برقراری تشابه بین پدیده واقعی و مدل خواهد بود.

در بسیاری از زمینه‌های مهندسی بانضم مهندسی هیدرولیک، روش‌های مبتنی بر مقیاس‌بندی، روش غیرقابل اجتناب برای حل مسائل پیچیده در طول چند دهه گذشته بوده است. باید توجه داشت که این روش همانند روش‌های دیگر، بدون فهم مبانی نظری و محدودیت‌های کاربردی آنها، از اطمینان و بازده مناسب برخوردار نخواهد بود.

تاریخ شروع استفاده از مدل‌های خرد مقیاس و تشابه آنها با سازه‌های واقعی به سال‌های بسیار پیش بر می‌گردد. لئوناردو داوینچی (۱۴۵۲-۱۵۱۹) شاید اولین کسی باشد که پدیده‌های جریان را با استفاده از مدل‌های هیدرولیکی مطالعه نموده است. اگرچه اطلاعات کافی از کارهای نامبرده در دست نمی‌باشد ولی معلوم شده است که ایشان در آزمایش‌های خود از مقیاس‌های بسیار بزرگ استفاده نکرده است بلکه برای بررسی عملکرد جریان در مقیاس‌های بسیار کوچک از این روش بهره‌برداری نموده است.

اولین بررسی نظری معیارهای تشابه بین سازه‌های با مقیاس‌های متفاوت را می‌توان به اسحاق نیوتن (۱۶۴۲-۱۷۳۳) نسبت داد. معیارهای تشابه مکانیکی بین دو سیستم در خلال «اصول ریاضی فلسفه طبیعی» (Philosophiae Naturalis Principia Mathematica) منتشر شده در سال ۱۶۸۴ تحلیل گردیده است. وی اصول تشابه مکانیکی را متضمن تشابه هندسی و زمان و نیروهای متناظر در سیستم می‌داند. فراود W. Froude (۱۸۰۵-۱۸۷۹) همزمان با ریچ F. Reech (۱۸۱۰-۱۸۷۹) بر پایه نظریه‌های نیوتن، روابط تشابه بین سرعت‌های متناظر در حرکت‌های متشابه را برقرار نمود.

به نظر می‌رسد که دانشمند انگلیسی اسمیتون J. Smeaton (۱۷۲۴-۱۷۹۲) اولین کسی باشد که از مدل‌های فیزیکی برای حل مسائل عملی استفاده کرده است. مدل نامبرده برای بررسی چرخهای آبی و آسیاب بادی بکار گرفته شده است. بعدها ریچ برای اصطکاک دینامیکی کشتی‌ها از مدل استفاده کرده و به کمک نسبت سرعت‌های نظیر مسئله را مورد بررسی قرار داد که نشأت گرفته از کار فراود در این زمینه می‌باشد.

در سال ۱۸۷۰ فراود مدل کشتی را بر پایه کارهای ریچ ادامه داده و عدد بی بعد خود یعنی $\frac{v^2}{2gl}$ را برای برقراری تشابه بین مدل و پروتوتیپ پیشنهاد نمود.

در سال ۱۸۷۵ دانشمند فرانسوی (فارژ) L. S. Fargue مدل رودخانه گارون را برای بررسی روش‌های تنظیم جریان بنا کرده و اساس مدل‌های بهم خورده را پیشنهاد نمود.

مدل شبیه‌سازی عملکرد مقاطع متناظر رودخانه‌ها اول بار توسط رینولدز در سال ۱۸۸۷ بنا و مطالعه گردید که نتیجه آن منجر به ارائه عدد بی بعد $\frac{Vl}{\nu}$ گردید که بعدها توسط سامرفلد (۱۸۶۸-۱۹۵۲) به عدد رینولدز نامگذاری گردید.

در اواخر قرن نوزده و اوایل قرن بیستم پیشرفت عمده‌ای در استفاده از مدل‌های فیزیکی صورت نگرفته است. محاسبه پارامترهای ثابت برای بررسی و آنالیز ابعادی توسط جابوشنسکی و باکینگهام در سال ۱۹۱۱ صورت گرفت که منجر به تعریف عامل بی بعد π در آنالیز ابعادی گردید.

ایده شبیه‌سازی و استفاده از کمیت‌های بی بعد در هیدرولیک اول بار توسط ریلی Reyleigh در ۱۹۱۰ پیشنهاد گردید که پاولوسکی با استفاده از تشابه بین شدت جریان الکتریکی پدیده نشت را مورد مطالعه قرار داد.

بدین ترتیب استفاده از آنالیز ابعادی، تشابه فیزیکی، ایجاد و مطالعه مدل‌های فیزیکی مورد توجه دانشمندان و محققین علوم به ویژه هیدرولیک قرار گرفت.

معادله ابعادی

گستره مکانیک مجموعه‌ای از کمیت‌ها نظیر انرژی، نیرو، سرعت، جرم مخصوص و ... می‌باشد که محدودیتی برای مقدار و عملکرد آنها وجود ندارد. از طرف دیگر هر یک از این کمیت‌ها را می‌توان با استفاده از سه عامل مستقل و اصلی طول (L)، زمان (T) و جرم (M) یا طول، زمان و نیرو (F) تعریف کرد. به عبارت دیگر، معادله ابعادی هر کمیتی مانند A را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.

$$[A] = f(L, T, M) \quad (1)$$

معادله (1) را می‌توان مشخصاً به صورت:

$$[A] = L^\alpha \cdot M^\beta \cdot T^\gamma \quad (2)$$

بیان داشت. بدیهی است دو پدیده A و B در صورتی دارای معادله ابعادی یکسان خواهد بود که در:

$$\begin{aligned} [A] &= L^{x_1} \cdot M^{y_1} \cdot T^{z_1} \\ [B] &= L^{x_2} \cdot M^{y_2} \cdot T^{z_2} \end{aligned} \quad (3)$$

و $x_1 = x_2$ و $y_1 = y_2$ و $z_1 = z_2$ برقرار باشد.

کمیت‌های مستقل و وابسته (Independent & Dependent Quantities)

فرض کنید که X تابعی از کمیت‌های بعددار a_1 و a_2 و a_3 بوده و به صورت زیر بیان شود:

$$X = a_1^{x_1} \cdot a_2^{x_2} \cdot a_3^{x_3} \quad (4)$$

که در آن معادله ابعادی a_1 و a_2 و a_3 به قرار زیر تعریف شده باشد:

$$\begin{aligned} [a_1] &= L^{\alpha_1} \cdot M^{\beta_1} \cdot T^{\gamma_1} \\ [a_2] &= L^{\alpha_2} \cdot M^{\beta_2} \cdot T^{\gamma_2} \\ [a_3] &= L^{\alpha_3} \cdot M^{\beta_3} \cdot T^{\gamma_3} \end{aligned} \quad (5)$$

بدیهی است که شرط برقراری کمیت بی بعد حاصل از حاصلضرب a_1 ، a_2 و a_3 با داشتن معادلات (5) بستگی به مقدار دترمینان (Δ) داشت. اگر $\Delta = 0$ باشد برقراری یک کمیت بی بعد برای X ممکن خواهد بود که در این صورت

ابعاد a_1 ، a_2 و a_3 وابسته بهم خواهند بود. بر عکس اگر $\Delta \neq 0$ باشد ابعاد a_1 ، a_2 و a_3 مستقل از هم خواهند بود. به عنوان مثال اگر a_1 ، a_2 و a_3 به ترتیب طول، زمان و جرم در نظر گرفته شود، ابعاد آنها بایستی مستقل از هم باشند. در حقیقت

$$\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{vmatrix} \quad (6)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

در صورتیکه اگر a_1, a_2 و a_3 به ترتیب طول، سرعت و شتاب باشند:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

بنابراین با استفاده از رابطه (۶) می‌توان شرط برقراری کمیت بی بعد بین X و a_1, a_2 و a_3 را بررسی نمود.

Invariant Quantities کمیت‌های ثابت

تشابه پدیده‌های فیزیکی مبتنی بر تساوی کمیت‌های بی بعد در محیط مدل و پروتوتیپ خواهد بود. به عبارت دیگر لازم است قبل از بررسی عملکرد هر پدیده در مدل و پروتوتیپ کمیت‌های ابعادی حاکم بر پدیده را به صورت کمیت‌های بی بعد تعریف نموده و با استفاده از برابری این کمیت‌های بی بعد برقراری تشابه بین مدل و پروتوتیپ را بررسی نمود. این پارامترها عواملی هستند که مقادیر آنها با تغییر سیستم آحاد ثابت مانده و تغییر نمی‌نماید. این کمیت‌ها را می‌توان به صورت پارامترهای وابسته بی بعد نشان داد که مقادیر آنها در مدل و پروتوتیپ، در شرایط متناظر، یکسان خواهد بود.

Dimensionless Quantities برقراری کمیت‌های بی بعد

همانگونه که ذکر گردید، کمیت‌های بی بعد، پارامترهایی هستند که مقادیر آنها در شرایط ثابت وابسته به سیستم آحاد نبوده و از یک مقدار یکسان برخوردار می‌باشد. بدیهی است که با تغییر شرایط حاکم مقادیر آنها نیز تغییر خواهد نمود. کمیت‌های بی بعد برای برقراری تشابه بین مدل و پروتوتیپ، نقش اول را ایفا می‌نمایند. برای محاسبه پارامترهای بی بعد روش‌های مختلفی موجود می‌باشد که به دو روش Reyleigh و Buckingham اکتفا می‌گردد:

الف: روش ری لی Reyleigh

ب: روش باکینگهام

آنالیز ابعادی با استفاده از روش مستقیم

فرض کنید پدیده K تابعی از کمیت‌های S, R, B, \dots باشد. رابطه تابعی بین پدیده مذکور و کمیت‌های مربوط را می‌توان به صورت:

$$K = f(S, R, B, \dots) \quad (7)$$

ویا با رابطه زیر:

$$K = C \cdot S^\alpha \cdot R^\beta \cdot B^\gamma \quad (8)$$

بیان داشت. که در آن $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ نمای عددی و C ضریب معادله می‌باشد که عددی بی‌بعد بوده و می‌بایستی از طریق آزمایشات تجربی محاسبه شود.

اگر معادله ابعادی کمیت‌های فوق مثلاً در سیستم (M-L-T) به صورت:

$$[K] = M^x \cdot L^y \cdot T^z, \quad [S] = M^{x_1} \cdot L^{y_1} \cdot T^{z_1}, \quad [R] = M^{x_2} \cdot L^{y_2} \cdot T^{z_2}, \quad [B] = M^{x_3} \cdot L^{y_3} \cdot T^{z_3}, \dots$$

باشد می‌توان معادله ابعادی رابطه (8) را به صورت زیر برقرار نمود:

$$M^x \cdot L^y \cdot T^z = (M^{x_1} \cdot L^{y_1} \cdot T^{z_1})^\alpha \cdot (M^{x_2} \cdot L^{y_2} \cdot T^{z_2})^\beta \cdot (M^{x_3} \cdot L^{y_3} \cdot T^{z_3})^\gamma, \dots \quad (9)$$

با توجه به اینکه طرفین معادله (9) می‌بایستی از نظر ابعادی معادل باشند می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3 + \dots = x \\ \alpha y_1 + \beta y_2 + \gamma y_3 + \dots = y \\ \alpha z_1 + \beta z_2 + \gamma z_3 + \dots = z \end{cases} \quad (10)$$

از حل دستگاه معادلات (10) می‌توان مقادیر $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ را حساب کرده و معادله ابعادی پدیده K را بدست آورد. برای روشن شدن روش فوق به حل مثال زیر می‌پردازیم.

مثال: عدد رینولدز R_e تابعی از سرعت جریان (V)، طول مشخصه (L ، جرم مخصوص مایع (ρ) و ضریب لزوجت مطلق مایع (μ) می‌باشد. رابطه‌ای را برای بیان عدد رینولدز برقرار سازید.

$$R_e = f(\rho, \mu, L, V) \quad \text{حل:}$$

یا

$$R_e = K \cdot \rho^\alpha \cdot \mu^\beta \cdot L^\gamma \cdot V^\theta$$

ازتساوی معادله ابعادی کمیت‌ها خواهیم داشت:

$$M^0 L^0 T^0 = (ML^{-3})^\alpha \cdot (ML^{-1}T^{-1})^\beta \cdot (L)^\gamma \cdot (LT^{-1})^\theta$$

$$\begin{cases} 0 = \alpha + \beta \\ 0 = -3\alpha - \beta + \gamma + \theta \\ 0 = \beta + \theta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\beta \\ \theta = -\beta \\ \gamma = -\beta \end{cases}$$

$$R_e = K \rho^{-\beta} \cdot \mu^{\beta} \cdot L^{-\beta} \cdot V^{-\beta}$$

$$R_e = K \left(\frac{\rho L V}{\mu} \right)^{-\beta}$$

که K, β اعداد بی بعدی هستند، که می‌بایستی با استفاده از روش‌های تجربی در آزمایشگاه تعیین شود که به ترتیب $\beta = -1, K=1$ برآورد شده‌اند. یعنی:

$$R_e = \frac{\rho L V}{\mu}$$

آنالیز ابعادی با استفاده از قضیه π باکینگهام:

در آنالیز ابعادی، موقعی که تعداد کمیت‌های فیزیکی یا متغیرها از تعداد کمیت‌های اصلی بیشتر باشند برای برقرار کردن کمیت‌های (گروه‌های) بی بعد از قضیه یا روش باکینگهام استفاده می‌گردد که به صورت زیر قابل بیان می‌باشد. فرض کنید N کمیت R (نظیر سرعت، وزن مخصوص، لزوجت، وزن، فشار، ...) با n بعد اصلی (نظیر نیرو، طول و زمان یا جرم، طول و زمان) به صورت تابعی زیر بیان گردد.

$$f(R_1, R_2, R_3, \dots, R_N) = 0 \quad (11)$$

با در نظر گرفتن n بعد اصلی معادله (11) را می‌توان به صورت زیر تغییر داد:

$$\phi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{N-n}) = 0 \quad (12)$$

که هر یک از عوامل π به بیش از $(n+1)$ کمیت فیزیکی بستگی نداشته و هر ترم π مستقل، بی بعد و توابع تک جمله‌ای از کمیت‌های R خواهد بود.

روش استفاده از قضیه باکینگهام را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

۱- N کمیت R , مؤثر در یک مسئله را نوشت و ابعاد آنها و همچنین n بعد اساسی را در نظر بگیرید. در نتیجه $(N-n)$ ترم π قابل پیش‌بینی خواهد بود.

۲- n کمیت از بین این کمیت‌ها را طوری انتخاب کنید که بی بعد نبوده و هیچ‌کدام از آنها دارای معادله ابعادی یکسان نباشند.

۳- اولین ترم π را می‌توان به صورت حاصلضرب کمیت‌های انتخاب شده با یک توان مجهول و یک کمیت با توان معلوم (معمولًاً توان یک) بیان داشت.

۴- کمیت‌های انتخاب شده در گام ۲ را به عنوان کمیت‌های تکراری نگهدارید تا ترم بعدی π را تشکیل دهید. این روش را برای تشکیل ترم‌های بعدی π تکرار کنید.

۵- با استفاده از روش آنالیز ابعادی، توان‌های مجهول ترم‌های π را بدست بیاورید.

باید توجه داشت:

الف: اگر در بین کمیت‌های R ، کمیتی بدون بعد باشد، خود آن یک ترم π بوده و نیازی به تعقیب کردن گام‌های فوق نخواهد بود.

ب: اگر دو کمیت فیزیکی از کمیت‌های R ، دارای معادله ابعادی یکسان باشند، نسبت آنها به عنوان یک کمیت بی‌بعد بوده و یک ترم π خواهد بود.

ج: هر ترم π را می‌توان با هر توانی (نظیر $\pi^{1/2}, \pi^2, \pi^{-1}, \dots$) جایگزین نمود.

د: هر ترم π را می‌توان در یک عدد ثابتی ضرب یا تقسیم کرد.

ه: هر ترم π را می‌توان به صورت تابعی از ترم‌های π دیگر بیان نمود. (مثلًا $(\pi_1 \phi) = \pi_2$).

برای روشن شدن نحوه استفاده از قضیه باکینگهام به حل مثال زیر می‌پردازیم.

مثال: معادله‌ای را برای محاسبه افت فشار، با شرایط جریان متلاطم یک مایع تراکمناپذیر در یک لوله برقرار نمائید.

حل: افت فشار (ΔP) برای هر جریانی متأثر از مقاومت اعمال شده در مقابل جریان در طول لوله می‌باشد. از طرف دیگر مقاومت در مقابل جریان تابعی از قطر لوله، لزوجت، جرم مخصوص مایع، طول لوله، سرعت جریان و ضریب زبری لوله خواهد بود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$f(\Delta P, D, \mu, \rho, L, V, K) = 0$$

که در آن $K =$ زبری نسبی بوده و برابر نسبت زبری مطلق لوله L به قطر لوله D می‌باشد.

کمیت‌های فیزیکی در سیستم $F-L-T$ عبارتند از:

$$\Delta P = \text{افت فشار معادله ابعادی } L^{-2}$$

$$D = \text{قطر لوله با بعد } L$$

$$\mu = \text{ضریب لزوجت مایع با معادله ابعادی } L^{-2}T$$

$$\rho = \text{جرم مخصوص مایع با معادله ابعادی } L^{-4}T^2$$

$$L = \text{طول لوله با بعد } L$$

$$V = \text{سرعت مایع با معادله ابعادی } L T^{-1}$$

$$K = \text{زبری نسبی با معادله } L_1/L_2$$

می‌باشد. ملاحظه می‌شود که در تحلیل مساله با ۷ کمیت فیزیکی با سه بعد اصلی و نتیجتاً $7-3=4$ ترم π مواجه خواهیم بود.

با انتخاب قطر لوله، سرعت و جرم مخصوص مایع به عنوان کمیت‌های تکراری، ترم‌های π را می‌توان به صورت زیر بیان داشت:

$$\begin{cases} \pi_1 = (L^{x_1}).(L^{y_1}.T^{-y_1}).(F^{-\Im_1}.L^{-4\Im_1}.T^{2\Im_1}).(FL^{-2}) \\ \pi_2 = (L^{x_2}).(L^{y_2}.T^{-y_2}).(F^{-\Im_2}.L^{-4\Im_2}.T^{2\Im_2}).(FL^{-2}) \\ \pi_3 = (L^{x_3}).(L^{y_3}.T^{-y_3}).(F^{-\Im_3}.L^{-4\Im_3}.T^{2\Im_3}).(L) \\ \pi_4 = K = L_1 / L_2 \end{cases}$$

با حل معادلات فوق برای x_1, x_2, \dots, x_n , y_1, y_2, \dots, y_n و $\Im_1, \Im_2, \dots, \Im_n$ داشت:

$$\begin{aligned} \pi_1 : 0 &= \Im_1 + 1, \quad 0 = x_1 + y_1 - 4\Im_1 - 2, \quad 0 = -y_1 + 2\Im_1 \Rightarrow \Im_1 = -1, \quad y_1 = -2, \quad x_1 = 0 \\ \pi_2 : 0 &= \Im_2 + 1, \quad 0 = x_2 + y_2 - 4\Im_2 - 2, \quad 0 = -y_2 + 2\Im_2 \Rightarrow \Im_2 = -1, \quad y_2 = -1, \quad x_2 = -1 \\ \pi_3 : 0 &= \Im_3 + 1, \quad 0 = x_3 + y_3 - 4\Im_3 - 2, \quad 0 = -y_3 + 2\Im_3 \Rightarrow \Im_3 = 0, \quad y_3 = 0, \quad x_3 = -1 \end{aligned}$$

بنابراین ترم‌های π عبارت خواهند بود از:

$$\pi_1 = D^0 \cdot V^{-2} \cdot \rho^{-1} \cdot \Delta P = \frac{\Delta P}{\rho V^2} \quad (\text{عدد اولر Euler Number})$$

$$\pi_2 = D^{-1} \cdot V^{-1} \cdot \rho^{-1} \cdot \mu = \left(\frac{\rho V D}{\mu} \right)^{-1} \quad \text{معکوس عدد رینولدز}$$

$$\pi_3 = D^{-1} \cdot V^0 \cdot \rho^0 \cdot L = \left(\frac{L}{D} \right) \quad \text{زبری نسبی لوله}$$

رابطه کمیت‌های بی بعد حاصل را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$f_1 \left(\frac{\Delta P}{\rho V^2}, \frac{\rho V D}{\mu}, \frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D} \right) = 0$$

از حل معادله فوق برای ΔP و با در نظر گرفتن $\rho = \frac{\gamma}{g}$ خواهیم داشت:

$$\Delta P = \frac{\gamma}{g} V^2 \cdot f_2 \left(R_e, \frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

بنابراین معادله افت فشار در یک لوله را می‌توان به صورت زیر برقرار نمود:

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = 2 \left(\frac{V^2}{2g} \right) \cdot f_2 \left(R_e, \frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D} \right)$$

تشابه هیدرولیکی و اصول ایجاد مدل‌های فیزیکی

همانگونه که قبلاً اشاره گردید، برای بررسی نحوه رفتار سازه‌های بزرگ هیدرولیکی بر اثر شرایط احتمالی در طبیعت معمولاً سازه کوچکتری را با کوچک کردن ابعاد سازه بزرگ بنا می‌نمایند. در اصطلاح سازه بزرگ (یا اصلی) را پروتوتیپ Prototype و سازه کوچک را مدل Model می‌نامند.

برای اینکه بتوان نتیجه مطالعات انجام شده بر روی یک مدل فیزیکی را به پروتوتیپ تعمیم داد می‌باشد تشابه کامل بین مدل و پروتوتیپ موجود باشد. به عبارت دیگر، اگر برای مطالعه یک پدیده در یک سازه هیدرولیکی، بخواهیم از یک مدل فیزیکی استفاده کنیم لازم است مدل پروتوتیپ از نظر اصول هندسی، اصول جنبشی (سینماتیک) و اصول دینامیک شبیه هم باشند. علیهذا در این بخش اصول تشابه هندسی، تشابه سینماتیک و تشابه دینامیک به اختصار بررسی خواهد شد.

تشابه هندسی Geometric Similitude

بر پایه اصول تشابه هندسی، لازم است که بین ابعاد نظیر پروتوتیپ و مدل آن تشابه معینی موجود باشد که نسبت تشابه را به عنوان مقیاس هندسی Geometric Scale خواهیم نامید. به عبارت دیگر اگر طول مشخصه پروتوتیپ L_p و نظیر آن در مدل L_m باشد مقیاس هندسی λ به صورت زیر تعریف خواهد گردید:

$$\lambda_e = \frac{L_m}{L_p} \quad (12)$$

بدیهی است که با استفاده از مقیاس هندسی می‌توان نسبت تشابه سطوح و احجام نظیر بین مدل و پروتوتیپ را نیز حساب نمود. به عبارت دیگر:

$$\lambda_A = \frac{A_m}{A_p} = \frac{L_m^2}{L_p^2} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^2 = \lambda_e^2 \quad (14)$$

$$\lambda_V = \frac{V_m}{V_p} = \frac{L_m^3}{L_p^3} = \left(\frac{L_m}{L_p}\right)^3 = \lambda_e^3 \quad (15)$$

یادآوری

اگر مقیاس هندسی بین طول‌های قائم متناظر با مقیاس هندسی بین طول‌های افقی متناظر در مدل و پروتوتیپ یکسان باشد مدل را مدل واقعی یا True Model می‌نامند. در حالیکه اگر مقیاس طول‌های افقی متناظر با مقیاس هندسی طول‌های قائم متناظر با هم برابر نباشد مدل را بهم خورده یا Distorted Model می‌نامند.

Kinematic Similitude : تشابه جنبشی (سینماتیک)

یک مدل و پروتوتیپ را از نظر سینماتیک متشابه می‌گویند در صورتیکه:

الف: مسیر حرکت ذرات جریان متناظر از نظر هندسی با هم متشابه بوده،

ب: نسبت سرعت و شتاب ذرات متناظر با هم برابر باشد.

یعنی:

$$V_r = \frac{V_m}{V_p} = \frac{\lambda_m T_m^{-1}}{\lambda_p T_p^{-1}} = \frac{\lambda_m}{\lambda_p} : \frac{T_m}{T_p} = \frac{\lambda_r}{T_r} \quad (16)$$

$$\frac{a_m}{a_p} = \frac{\lambda_m T_m^{-2}}{\lambda_p T_p^{-2}} = \frac{\lambda_m}{\lambda_p} : \left(\frac{T_m}{T_p}\right)^2 = \frac{\lambda_r}{\lambda_r^2} \quad (17)$$

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\lambda_m^3 T_m^{-1}}{\lambda_p^3 T_p^{-1}} = \left(\frac{\lambda_m}{\lambda_p}\right)^3 : \frac{T_m}{T_p} = \lambda_r^3 / T_r \quad (18)$$

Dynamic Similitude : تشابه دینامیک

یک مدل و پروتوتیپ را از نظر دینامیک با هم متشابه می‌گویند در صورتیکه:

تشابه هندسی بین مدل و پروتوتیپ برقرار باشد.

تشابه جنبشی بین مدل و پروتوتیپ برقرار باشد.

نسبت جرهای (یا نیروهای) ذرات متناظر در مدل و پروتوتیپ با هم برابر باشد.

پارامترهای بی بعد مهم در تشابه فیزیکی

۱ - عدد فراود:

$$FR = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی ثقل}} = \frac{\rho L^2 V^2}{\rho L^3 g} = \frac{V^2}{Lg}$$

$$R_{FR} = V_r^2 \cdot L_r^{-1}$$

عدد فراود در برقراری تشابه جریان در مجاري روباز، سرريزها، حوضچه‌های آرامش، ساخت کشتی‌ها... مورد استفاده قرار می‌گيرد.

۲ - عدد رینولدز:

$$Re = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی لزوجت}} = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu \left(\frac{V}{L}\right) L^2} = \frac{\rho V L}{\mu} = \frac{VL}{\nu}$$

$$\lambda_{Re} = \lambda_V \cdot \lambda_L \cdot \lambda_\gamma^{-1}$$

عدد رینولز در محیط‌های لزج (نظیر اجسام مستغرق) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳- عدد اولر:

$$E_n = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی فشار}} = \frac{M.a}{P.A} = \frac{\rho L^2 T^{-2}}{P} = \frac{\rho L}{P}$$

$$\lambda_{E_n} = \lambda_p \cdot \lambda_v^2 \cdot \lambda_p^{-1}$$

عدد اولر در محیط‌هایی که گرادیان فشار نیروی غالب باشد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۴- عدد کوشی و عدد ماخ:

$$C_N = \frac{\text{نیروی اینرسی}}{\text{نیروی الاستیسیتیه}} = \frac{M.a}{E.A} = \frac{\rho V^2}{E}$$

$$\lambda_{C_N} = \lambda_p \cdot \lambda_v^2 \cdot \lambda_E^{-1}$$

$$\lambda_{C_N} = \lambda_p \cdot \lambda_v^2 \cdot \lambda_E^{-1}$$

عدد کوشی یا ماخ در شرایطی که نیروی الاستیسیتیه غالب بوده و سرعت جریان بسیار بالا و در حد سرعت صوت باشد مورد استفاده خواهد بود.

$$M_n = \sqrt{CN} = \lambda_p^{1/2} \cdot \lambda_v \cdot \lambda_E^{-1/2} \quad \text{عدد ماخ}$$

۵- عدد ویر:

$$W_N = \frac{\text{اینرسی}}{\text{کشش سطحی}} = \frac{Ma}{\sigma L} = \frac{\rho L^2 V^2}{\sigma L} = \frac{\rho L V^2}{\sigma}$$

$$\lambda_{W_N} = \lambda_p \cdot \lambda_L \cdot \lambda_v^2 \cdot \lambda_\sigma^{-1}$$

در شرایطی که کشش سطحی مؤثر باشد (نظیر امواج کوچک سطحی، پرش‌های کوتاه سیال جریان سیال از روی سرریزها یا روزنه‌ها با بار کم) مورد استفاده می‌باشد.

۶- عدد لاغرانژ:

$$L_N = \frac{1}{E_N} \times R_e = \frac{L \times P}{\mu \times V} = \frac{L.P}{V.\mu}$$

$$\lambda_{L_N} = \lambda_L \cdot \lambda_p \cdot \lambda_v^{-1} \cdot \lambda_\mu^{-1}$$

در شرایطی که تأثیر نیروی اینرسی و نیروی خارجی (مانند ثقل) قابل اغماض باشد مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۷- عددا ستراهال:

$$S_t = \frac{N \cdot L}{V} = \frac{L}{V \cdot T}$$

$$\lambda_{S_t} = \lambda_N \cdot \lambda_L \cdot \lambda_V^{-1} = \lambda_L \cdot \lambda_V^{-1} \cdot \lambda_T^{-1}$$

در پدیده‌های نوسانی و ارتعاشی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

نتیجه گیری

پیش‌بینی اثرات پدیده‌های طبیعی قبل از وقوع آنها و بهره‌گیری از آنالیز ابعادی و مدل‌های فیزیکی ضرورت خواهد داشت. اگر چه اصول کلی این نوع مطالعات به اختصار بیان گردید ولی لازم به یادآوری است که با توجه به ماهیت پدیده‌های مختلف هیدرولیکی و با استفاده از اصول کلی فوق، لازم خواهد بود تا نسبت به بررسی کمیت‌های مستقل و وابسته حاکم بر پدیده و برقرار کردن پارامترهای بی‌بعد پرداخته شده و سپس با ایجاد مدل فیزیکی مناسب به مطالعه پدیده مذکور اقدام نمود.

منابع

- 1-M.S.Yalin, 1972, "Theory of hydraulic models", Mac Millan, UK.
- 2-Ivicsics L.C, 1975, "Hydraulic models", Budapest, Hungary.
- 3-H.Rouse, 1949, "Engineering hydraulics", John Wiley& Sons Inc, New York.
- ۴- فیروز پرهام - ۱۳۵۴ - «تئوری و آزمایش مدل‌های هیدرولیکی»- انتشارات وزارت نیرو- تهران - ایران
- ۵- غلامرضا نیکصفت - ۱۳۸۰ - «تئوری و کاربرد مدل‌های هیدرولیکی»- کمیته ملی سدهای بزرگ ایران- نشریه ۴۱- تهران - ایران

کارگاه آموزشی مدلسازی در آبیاری و زهکشی

۱۴۰۲ آذر ماه ۱۴۳۸

بررسی پدیده گرداب با استفاده از مطالعات مدل فیزیکی و روش‌های استهلاک آن در آبگیر نیروگاه‌ها

رضا روشان^۱

چکیده

مطالعه حاضر بر روی مدل فیزیکی آبگیرهای نیروگاه اول سد شهید عباسپور (کارون I) انجام گرفته و در آن چگونگی انتخاب مقیاس مناسب برای مدل‌های فیزیکی جهت مطالعه پدیده گرداب و روش‌های مختلف مقابله با گرداب مورد بحث واقع شده است.

جريان غیریکنواخت نزدیک شده به آبگیرها و نیز عدم کفايت عمق استغراق آبگیرها از دلایل عمدۀ تشکیل جريان گردابی بر روی آبگیرهای نیروگاه می‌باشند. برای حذف جريان‌های گردابی، استفاده از گزینه‌های مختلف ضدگرداب ضروری است. صفحات افقی مشبك و یکپارچه (که به صورت شناور بر روی سطح مستقر می‌شوند)، سرپوش‌ها یا صفحات افقی مشبك که بر روی پیشانی آبگیر بصورت ثابت قرار می‌گيرند و نیز صفحات قائم در جلوی دهانه آبگیرها، از عمدۀ سازدهای ضدگرداب می‌باشند. آزمایش‌ها نشان می‌دهند که در آبگیرهای افقی استفاده از سرپوش‌های افقی مشبك بر روی پیشانی آبگیر، بهترین عملکرد را در استهلاک جريان‌های گردابی از خود نشان می‌دهند و می‌توانند با ابعاد کوچکتر نسبت به صفحات شناور روی سطح آب، گرداب‌های نسبتاً قوی را بطور کامل از بین ببرند.

۱- مقدمه

یکی از پدیده‌های هیدرولیکی که عمدتاً در نیروگاه‌های آبی و ایستگاه‌های پمپاژ به هنگام آبگیری ظاهر می‌شود، پدیده چرخش آب یا جريان گردابی^۲ می‌باشد. اين پدیده می‌تواند باعث بروز مشکلاتی نظير

۱- کارشناس ارشد و عضو هیئت علمی مؤسسه تحقیقات آب

2- Swirling Flow or Vortex

افزایش افت انرژی، کاهش نرخ ماکریم آبگیری، کاهش راندمان ماشین‌های هیدرولیکی و عملکرد نامناسب آنها، ایجاد لرزش و سر و صدا و نیز خوردگی در توربینها و مجاری آب بر^۱ گردد.

علل مختلفی برای تشکیل جریان گردابی وجود دارد که از آنها می‌توان به موقعیت نامناسب آبگیرها، شرایط نامتقارن جریان ناشی از هندسه حوضچه بالادست و توزیع غیریکنواخت سرعت اشاره نمود. خصوصیات جریان در بالادست آبگیرها مانند: توزیع سرعت، زاویه خطوط جریان نسبت به دهانه آبگیر، میزان آشفتگی جریان و همچنین شکل آبگیر، موقعیت دیوارها و زبری آنها در اطراف آبگیرها تاثیر مستقیم در تشکیل و یا استهلاک جریان گردابی دارند.

در طراحی هیدرولیکی آبگیر، جهت جلوگیری از تشکیل گرداب عوامل زیادی باید مدنظر قرار گیرند. چنانچه به هر نحوی این عوامل به صورت بهینه انتخاب نگردد استفاده از روش‌های ویژه حذف و یا کاهش قدرت گرداب الزاماً خواهد بود.

۲- تعریف گرداب و مکانیزم تشکیل آن

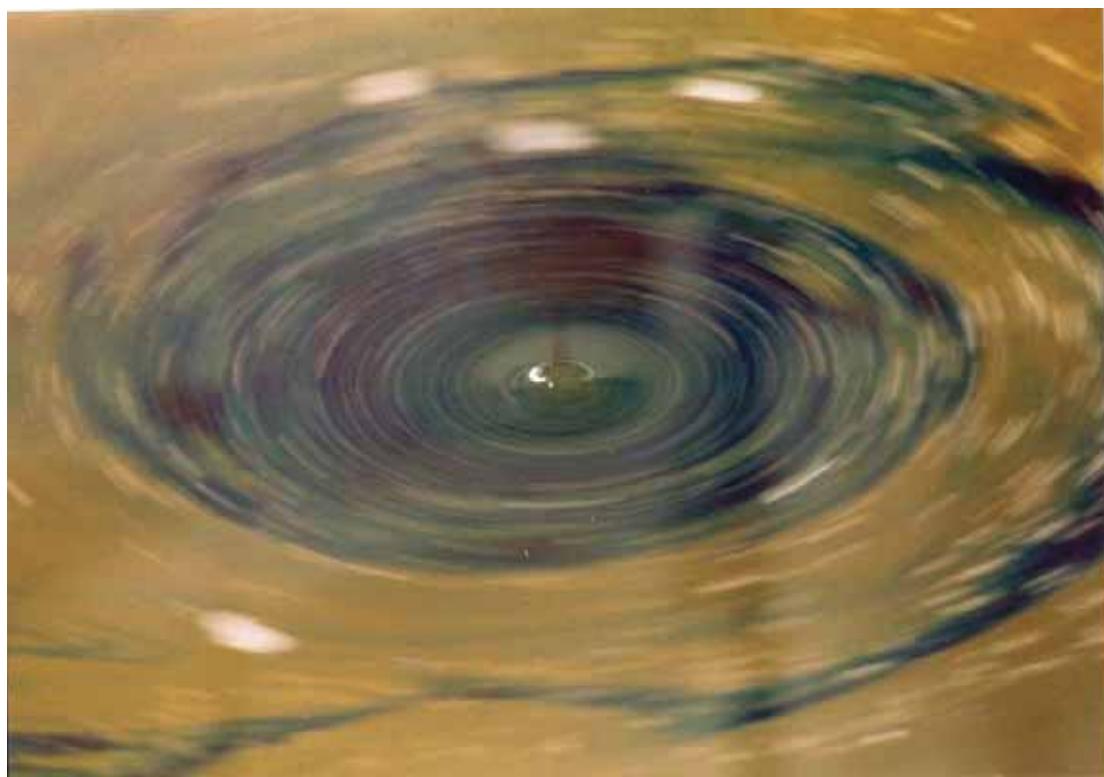
جریان گردابی بدین معنی است که ذرات آب در یک مسیر چرخشی و با داشتن سرعت زاویه‌ای حرکت کرده و به داخل آبگیر وارد شوند. حرکت چرخشی ذرات در داخل آبگیر نیز می‌تواند ادامه یابد. جریان چرخشی قوی در نزدیکی آبگیرها، موجب تشکیل گرداب با ورود هوا می‌گردد. این پدیده به علت اثر متقابل و پیچیده بین هندسه اطراف آبگیر (نظیر مناطق ساکن^۲ و غیره)، سرعت جریان و خصوصیات سیال از قبیل کشش سطحی و لزجت شکل می‌گیرد.

معمولًاً جریانی که به سمت آبگیر حرکت می‌کند یکنواخت نبوده و در این جریان می‌توان دو ناحیه مجزا را تشخیص داد. جریان در ناحیه اول مستقیماً به سمت دهانه حرکت می‌کند ولی در ناحیه دوم عملًا جریانی به سمت ورودی مشاهده نمی‌شود و این قسمت به صورت یک منطقه مرده عمل می‌نماید. اختلاف در توزیع سرعت آب در دو ناحیه مذکور باعث ایجاد تنش‌های اصطکاکی در مرز بین دو ناحیه شده و این تنش‌ها باعث ایجاد حرکت در ناحیه دوم می‌شوند. چنانچه تنش‌های اعمالی در مرز ناحیه دوم از قدرت کافی برخوردار باشند، موجب تشکیل گرداب می‌گردند. در نزدیکی سطح، در اثر دوران سیال، نیروی گریز از مرکزی بر ذرات وارد می‌شود که باعث دور شدن ذرات از محور دوران می‌گردد. همین امر موجب کاهش فشار در اطراف محور دوران گشته و نتیجتاً پایین افتادگی سطح آب و ورود هوا به داخل آب را به همراه خواهد داشت.

در نزدیکی آبگیر نیز به دلیل تقارب جریان^۳ سرعت افزایش یافته و فشار کاهش می‌یابد. تا زمانی که فشار در این ناحیه، بالاتر از فشار اتمسفر باشد مانند یک سد مانع نفوذ هوا به داخل هسته گرداب می‌گردد.

-
- 1- Penstock
 - 2- Dead zones
 - 3- Convergence

آبگیر موقعی در معرض ورود هوا قرار می‌گیرد که قدرت چرخش و یا دبی آبگیری برای فراهم کردن فشار زیر اتمسفر کافی باشد.

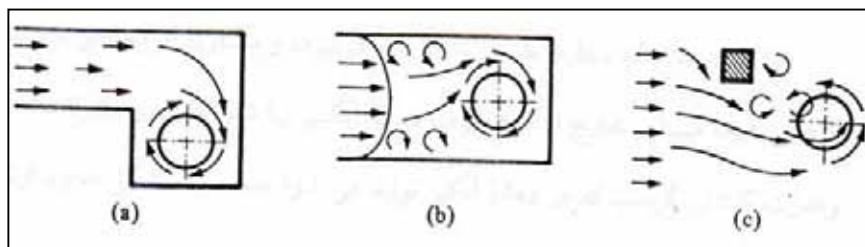


عکس (۱)- نمونه‌ای از گرداب با هسته هوا که در مدل فیزیکی تشکیل شده است.

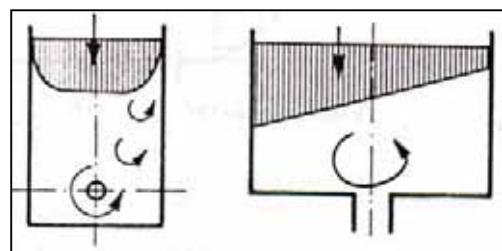
۳- عوامل شکل‌گیری گرداب و مشکلات ناشی از آن

علل مختلفی برای تشکیل جریان گردابی وجود دارد. یکی از مهمترین عوامل تشکیل جریان گردابی، عبارت از غیریکنواختی در جریان نزدیک شده^۱ به آبگیر می‌باشد. در اغلب حالات، عدم تقارن جریان نزدیک شده که ناشی از شرایط هندسی می‌باشد، موجب تشکیل گرداب می‌گردد. اما علل دیگری نیز وجود دارد که در تاسیساتی که دارای هندسه متقارن نیز می‌باشند باعث تشکیل جریان گردابی می‌گردند. در شکل‌های زیر عوامل مختلف مؤثر در تشکیل گرداب به تصویر کشیده شده‌اند. چنانچه از این شکل‌ها برمی‌آید دلایل تشکیل جریان چرخشی عبارتند از:

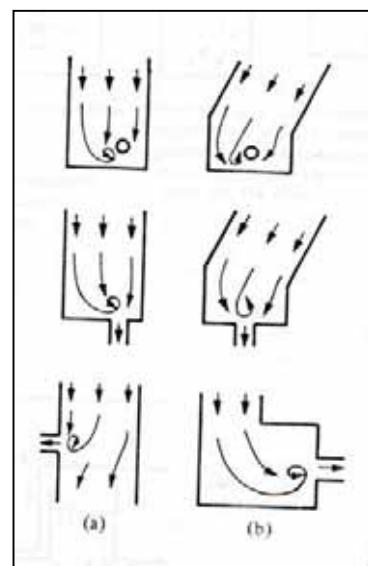
- جهت نامناسب دهانه آبگیر به لحاظ ایجاد الگوی نامتقارن آبگیری
- الگوی نامتقارن جریان ورودی ناشی از نامنظمی در پوشش‌های جدار کanal
- اثرات نامطلوب ناشی از موانعی مانند پله‌ها، پایه‌های پله‌ها و یا دیوارهای جداگانه جریان



شکل (۱)- تشکیل گرداب در اثر: (a) موقعیت نامتقارن آبگیر نسبت به جهت جریان،
(b) توزیع غیریکنواخت سرعت و (c) وجود مانع در مسیر جریان



شکل (۲)- نمونه‌هایی از توزیع غیریکنواخت سرعت در
بالادست آبگیر که منجر به تشکیل جریان چرخشی می‌گردد.



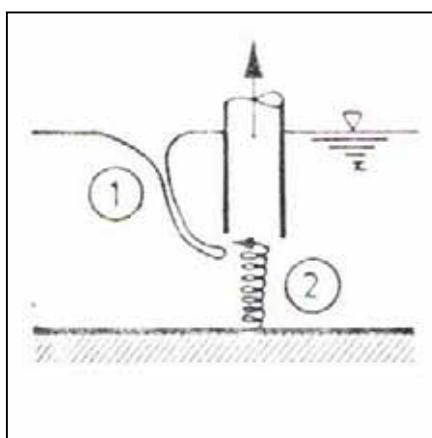
شکل (۳)- تاثیر (a) عدم تقارن آبگیر نسبت به جهت
جریان و (b) تغییر جهت ناگهانی مرزهای بالادست
آبگیر، در شکل‌گیری گرداب

۴- طبقه‌بندی عمومی گرداب

گرداب در محدوده آبگیرها به شکل‌های متعدد ظاهر می‌شود. طبقه‌بندی گرداب‌ها با توجه به عوامل زیر صورت می‌گیرد: الف- موقعیت تشکیل گرداب نسبت به آبگیر ب- زمان پایداری گرداب ج- شکل ظاهری گرداب که در ارتباط با شکل و قدرت گرداب می‌باشد.

الف- در رابطه با موقعیت شکل‌گیری، گرداب‌ها به دو نوع مختلف تقسیم‌بندی می‌گردند:

- ۱) گرداب‌های سطحی که از سطح آزاد آب شروع شده و بعضاً باعث ورود هوا به داخل آبگیر می‌گردند.
- ۲) گرداب‌های زیرسطحی (عمقی) که از روی کف یا دیوارهای حوضچه اطراف آبگیر آغاز شده و باعث ورود جریان چرخشی به داخل آبگیر می‌گردند. (شکل مقابل)



شکل (۴)- انواع گرداب براساس موقعیت شکل‌گیری

ب- در ارتباط با وابستگی این پدیده به زمان، دو نوع مختلف گرداب تشخیص داده می‌شود که عبارتند از:

- ۱) گرداب‌های پایدار و دائمی ۲) گرداب‌های زودگذر یا ناپایدار

ج- مهمترین طبقه‌بندی که برای گرداب ارائه گردیده بر اساس شکل ظاهری و قدرت آن می‌باشد که در آن گرداب‌ها به ۶ نوع بشرح زیر قابل تقسیم است:

نوع ۱: جریان‌های چرخشی ضعیف در سطح آب دیده می‌شود.

نوع ۲: علاوه بر جریان‌های چرخشی یک گود افتادگی در سطح آب مشاهده می‌گردد.

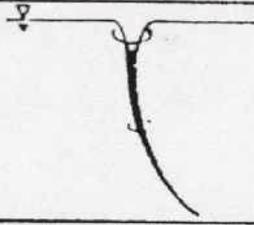
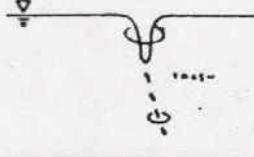
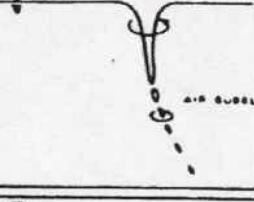
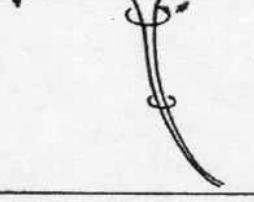
نوع ۳: جریان گردابی به صورت یک مخروط از سطح تا عمق آب ادامه می‌یابد و مخروط گرداب به وضوح مشخص می‌باشد.

نوع ۴: ذرات شناور روی سطح آب به درون آبگیر کشیده می‌شوند.

نوع ۵: حباب‌های هوا به صورت مقطعی به درون آبگیر کشیده می‌شوند.

نوع ۶: مخروط هوا به صورت پیوسته به داخل آبگیر امتداد می‌یابد و هوا مستقیماً وارد آبگیر می‌گردد. این نوع جریان گردابی، بحرانی‌ترین و قوی‌ترین حالت گرداب می‌باشد.

در شکل (۵) طبقه‌بندی گرداب براساس شکل ظاهری و قدرت آن نشان داده شده است.

| VORTEX TYPES AFTER HECKER | | |
|--|---|---|
| Vortex type | | نوع گرداب |
| (Vortex type ۱) INCOHERENT SURFACE SWIRL |  | گرداب نوع (۱) چرخش‌های سطحی |
| (Vortex type ۲) SURFACE DIMPLE : COHERENT SWIRL AT SURFACE |  | گرداب نوع (۲) فروافتادگی سطح آب با چرخشهای سطحی |
| (Vortex type ۳) DYE CORE TO INTAKE : COHERENT SWIRL THROUGHOUT WATER COLUMN |  | گرداب نوع (۳) مخروط غیر شفاف تا آبکبر با چرخش ستونی از آب |
| (Vortex type ۴) VORTEX PULLING FLOATING TRASH, BUT NOT AIR |  | گرداب نوع (۴) کشیدن آشغالهای شناور بدون ورود هوا |
| (Vortex type ۵) VORTEX PULLING AIR BUBBLES TO INTAKE |  | گرداب نوع (۵) کشیدن جابهای هوا |
| (Vortex type ۶) FULL AIR CORE AIR TO INTAKE |  | گرداب نوع (۶) مخروطی از هوا تا آبکبر |

شکل (۵)- طبقه‌بندی گرداب براساس شکل ظاهری و قدرت آن

۵- مدل‌سازی گرداب

گرداب پدیده بسیار پیچیده‌ای است که به صورت تحلیلی و یا با استفاده از روش‌های عددی قابل بررسی نمی‌باشد. لذا اکثر مطالعات انجام شده به صورت تجربی و در قالب مدل‌های مقیاسی انجام گرفته است. در این شرایط انتخاب مقیاس مناسب جهت ساخت مدل از اهمیت زیادی برخوردار است. انتخاب مقیاس مدل باید به‌گونه‌ای باشد که نیروهای مؤثر بر جریان به درستی در مدل، شبیه‌سازی گردد.

در شرایط واقعی، نیروی غالب در تشکیل گرداب نیروی ثقل می‌باشد، از این‌رو اغلب محققین در اینکه ساخت مدل فیزیکی آبگیرها برای مطالعه پدیده گرداب باید تابع قانون تشابه فرود^۱ باشد، متفق‌القول می‌باشند. در مدلی که بر اساس قانون تشابه فرود ساخته می‌شود، در اثر عواملی نظیر کاهش سرعت و یکسان بودن سیال در مدل و نمونه واقعی، اعداد بی بعد رینولدز^۲ (نسبت نیروی اینرسی به نیروی لزجت سیال^۳) و وبر^۴ (نسبت نیروی اینرسی به نیروی کشش سطحی سیال) در مدل همواره کوچکتر از نمونه‌واقعی بوده و بنابراین چنانچه مدل خیلی کوچک ساخته شود، اثر نیروهای حاصل از لزجت و کشش سطحی در مدل بیشتر می‌گردد و نتیجتاً گرداب‌های ضعیفتری نسبت به نمونه واقعی نشان خواهد داد.

از این‌رو این محققین با مقایسه نتایج مدل و نمونه واقعی سعی کردند کوچکترین مقدار عدد رینولدز و وبر را پیدا کنند که در آن الگوی جریان مستقل از اثرات لزجت و کشش سطحی باشد، تا بدین ترتیب از بروز خطاهای مقیاسی در مدل اجتناب بعمل آید.

ایشان با انجام آزمایش‌های متفاوت نشان داده‌اند که چنانچه مدلی با معیار انوار^۵ ساخته شود بهتر با نمونه واقعی توافق پیدا می‌کند. طبق نظر انوار خطاها مقیاسی در اثر لزجت، طبق شرط زیر قابل صرف‌نظر کردن می‌باشند.

$$(Re)_h = \left(\frac{Q}{hV} \right)_m \geq 3 \times 10^4 \quad \text{که در این رابطه:}$$

Q – شدت جریان (m^3/s)

h – عمق استغراق آبگیر (فاصله محور وسط آبگیر تا سطح آب) بر حسب متر

Re_h – عدد رینولدز استغراق می‌باشد.

1- Froude Similarity Law

2- Reynolds Number

3- Viscosity

4- Weber Number

5- Anwar (1978)

تأثیر کنش سطحی سیال کمتر شناخته شده و مورد مطالعه قرار گرفته است و در مورد میزان عدد و بر^۱ در مطالعات پدیده گرداب اختلاف نظر وجود دارد. محققینی به نام داجت و کولگان^۲ با آزمایش بر روی مایعات با کنش سطحی متفاوت نشان دادند که در آزمایش‌های آنها کنش سطحی در محدوده وسیعی، هیچگونه اثری بر روی تشکیل گرداب ندارد. بالاترین مقداری که برای عدد و بر پیشنهاد شده، توسط انوار و برای آبگیرهای افقی ارائه گردیده است. طبق این رابطه:

$$(We)_h = \left(\frac{V^2 \rho h}{\sigma} \right)_m > 10^4$$

که در این رابطه:

We_h – عدد و بر استغراق

V – سرعت جریان (متر بر ثانیه)

ρ – جرم مخصوص سیال (کیلوگرم بر متر مکعب)

h – عمق استغراق آبگیر (متر)

σ – کنش سطحی سیال (نیوتن بر متر)

۶- مشخصات پروژه

سد شهید عباسپور (کارون I) در ۵۵ نزدیکی شهرستان مسجد سلیمان و بر روی رودخانه کارون احداث گردیده است. این سد با حداکثر ظرفیت تولید ۱۰۰۰ مگاوات، یکی از بزرگترین نیروگاههای برق-آبی کشور محسوب می‌گردد.

سد مذکور دارای دو نیروگاه می‌باشد که از نیروگاه شماره یک آن در حال حاضر بهره‌برداری بعمل می‌آید و با راه اندازی نیروگاه شماره دو، ظرفیت تولید برق آن به ۲۰۰۰ مگاوات افزایش خواهد یافت. این نیروگاه دارای چهار واحد آبگیری است که رقوم پائین و بالای دهانه آبگیرها بترتیب ۴۷۰ و ۴۸۰ متر (بالاتر از سطح دریا) می‌باشد. حداقل تراز بهره‌برداری سطح آب مخزن سد (به هنگام کار آبگیرهای نیروگاه) ۴۸۷ متر و حداکثر تراز سطح آب مخزن برابر ۵۳۰ متر می‌باشد.

در هنگام بهره‌برداری از نیروگاه بخصوص در ترازهای پائین سطح آب مخزن، گرداب‌هایی بر روی دهانه آبگیرها تشکیل می‌گردد که می‌تواند مشکلاتی نظیر کاهش دبی آبگیری، افزایش افت انرژی، ورود هوا و مکش مواد شناور به درون آبگیرها و همچنین ایجاد صدا را به همراه داشته باشد.

هدف، ساخت یک مدل مقیاسی از آبگیرهای مذکور و بکارگیری گزینه‌های ضد گرداب جهت حذف این پدیده می‌باشد.

1- Weber Number

2- Dugget and Keulegan (1974)

۷- تعیین مقیاس مدل

با توجه به معیارهای ذکر شده به تعیین مقیاس مدل آبگیرها می‌پردازیم.
بر طبق نظر انوار، مقیاس مدل باید به نحوی انتخاب گردد که:

$$(Re)_h = \left(\frac{Q}{h\nu}\right)_m \geq 3 \times 10^4 \quad \longrightarrow \quad \text{کوچکترین مدل} \quad \left(\frac{Q}{h\nu}\right)_m = 3 \times 10^4$$

چون مدل بر مبنای قانون تشابه فرود ساخته می‌شود پس:

$$(Fr)p = (Fr)_m \quad \longrightarrow \quad Q_m = \frac{Q_p}{\lambda^{2.5}} \quad \text{و} \quad h_m = \frac{h_p}{\lambda} \quad (\text{مقیاس مدل می‌باشد})$$

در روابط فوق اندیس m مربوط به مدل و اندیس p مربوط به نمونه واقعی می‌باشد. از آنجا:

$$\frac{Q_p}{h_p \nu} \times \frac{\lambda}{\lambda^{2.5}} = 3 \times 10^4 \quad \longrightarrow \quad \lambda^{1.5} = \frac{Q_p}{3 \times 10^4 \times h_p \nu}$$

$\nu = 10^{-6} \quad m^2/s$ مقدار لزجت سینماتیکی سیال در نمونه واقعی برابر است با:

$$\lambda = 10.36 \left[\frac{Q_p}{h_p} \right]^{0.667} \quad \text{پس:}$$

چنانچه شرایط بهره‌برداری حداکثر و حداقل تراز سطح آب را برای آبگیرها در نظر بگیریم، در دو حالت مقیاس تعیین می‌گردد.

$$\longrightarrow \quad Q_p = 180 \quad m^3/s \quad \text{و} \quad h_p = 25 \quad m$$

$$\lambda = 10.36 \left[\frac{180}{25} \right]^{0.667} \cong 39$$

$$\longrightarrow \quad Q_p = 100 \quad m^3/s \quad \text{و} \quad h_p = 7 \quad m$$

$$\lambda = 10.36 \left[\frac{100}{7} \right]^{0.667} \cong 61$$

حال معیار انوار براساس عدد وبر استغراق را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

$$\left(\frac{V^2 \rho h}{\sigma}\right)_m > 10^4 \quad \text{برای سیال آب} \rightarrow \rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \quad \& \quad \sigma = 0.075 \text{ N/m}$$

$$\frac{V_m^2 \times 1000 \times h_m}{0.075} = 10^4 \quad \rightarrow \quad V_m^2 h_m = 0.75$$

از طرفی داریم:

$$V_m = \frac{V_p}{\lambda^{0.5}} \quad \& \quad h_m = \frac{h_p}{\lambda} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{V_p}{\lambda^{0.5}}\right)^2 \left(\frac{h_p}{\lambda}\right) = 0.75 \quad \& \quad \lambda = 1.155 \quad V_p \sqrt{h_p}$$

چنانچه برای دو حالت بهره‌برداری محاسبات را انجام دهیم خواهیم داشت:

$$\rightarrow Q_p = 180 \text{ m}^3/\text{s} \quad \& \quad h_p = 25 \text{ m} \quad \& \quad V_p = 5.42 \text{ m/s}$$

$$\lambda = 1.155 \quad V_p \sqrt{h_p} = (1.155)(5.42)\sqrt{25} \quad \rightarrow \quad \lambda = 31$$

$$\rightarrow Q_p = 100 \text{ m}^3/\text{s} \quad \& \quad h_p = 7 \text{ m} \quad \& \quad V_p = 3.01 \text{ m/s}$$

$$\lambda = 1.155 \quad V_p \sqrt{h_p} = (1.155)(3.01)\sqrt{7} \quad \rightarrow \quad \lambda \cong 10$$

در مجموع با توجه به محاسبات انجام شده می‌توان گفت که معیارهای انوار جهت تعیین مقیاس مدل‌های مربوط به مطالعه گرداب، به این پدیده رفتاری دوگانه را نشان می‌دهند.

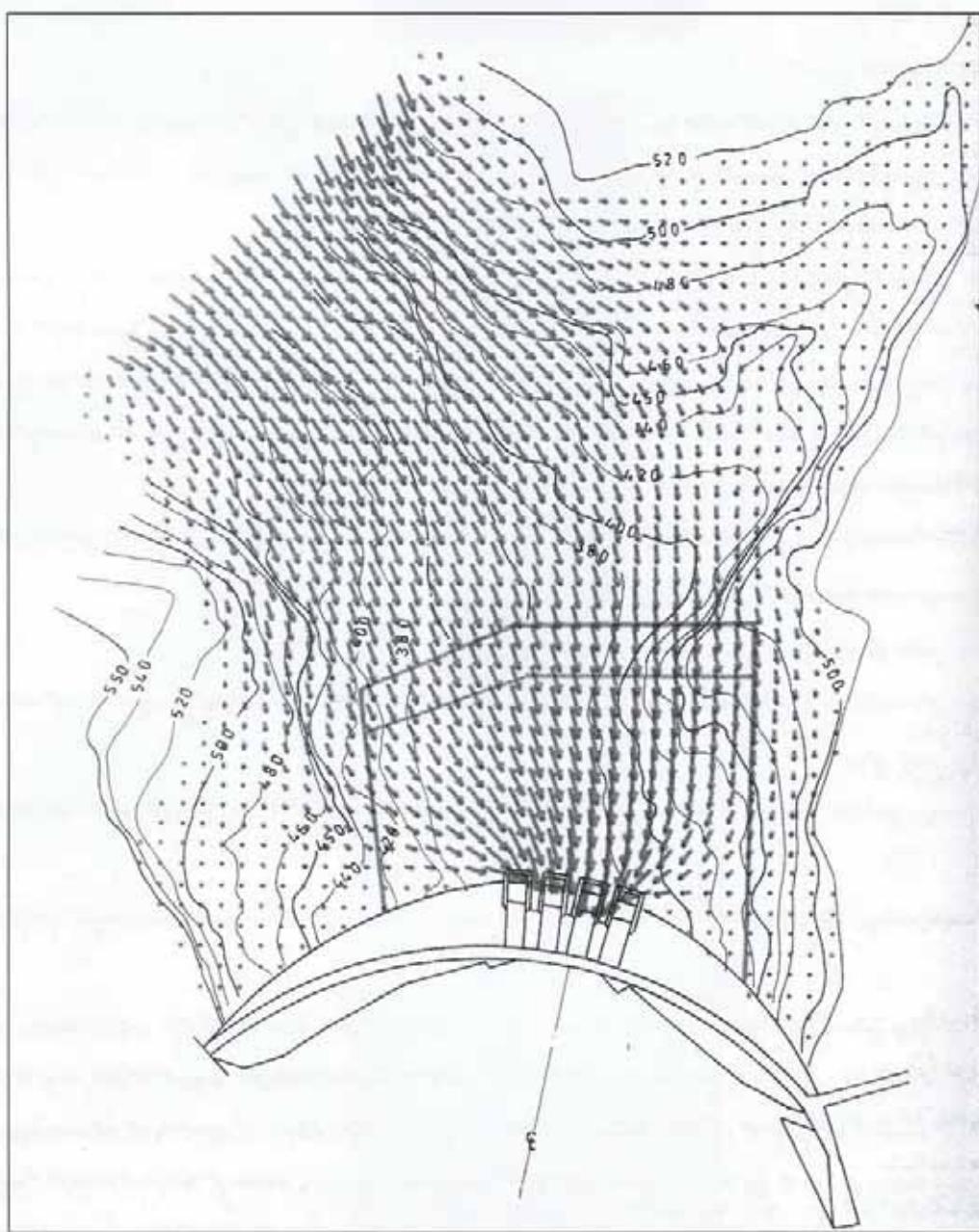
یعنی چنانچه معیار عدد رینولدز را در نظر بگیریم، در شرایط حداقل آبگیری و تراز سطح آب، مقیاس نسبتاً کوچکی بدست خواهد آمد، در صورتی که با همین شرایط، اگر معیار عدد وبر را مورد نظر قرار دهیم، شاهد مقیاسی بمراتب بزرگتر می‌باشیم. از طرفی چون پدیده گرداب ارتباطی تنگاتنگ با لزجت و کشش سطحی سیال دارد، باید هر دو معیار را مد نظر قرار دهیم.

لذا جهت دور شدن از اثرات مقیاسی مدل و تامین معیارهای مذکور مقیاس $1/18$ برای ساخت مدل انتخاب گردید.

۸- تعیین الگوی جریان در مخزن سد در مدل

از آنجا که محدوده سد و حوضچه آن در طبیعت بزرگ و نامنظم است، ساختن مدل کاملی از آن عملی نمی‌باشد و آنچه ساخته می‌شود باید حتی المقدور شرایط واقعی جریان را شبیه‌سازی نماید. جهت مدل کردن شکل و ابعاد حوضچه سد و ایجاد جریانی مانند نمونه واقعی، باید الگوی جریان در مخزن سد شناسایی شود. برای این کار از مدل ریاضی دو بعدی جریان در افق^۱ استفاده بعمل آمد. الگوی حاصل از مدل مذکور در شکل زیر ارائه شده است.

۱- منصور ابوالقاسمی «مدل ریاضی دو بعدی غیرماندگار جریان کم عمق» پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشکده فنی مهندسی دانشگاه تهران سال



شکل (۶)- الگوی جریان در مخزن سد کارون I و تعیین مرزهای کناری و بالادست مدل

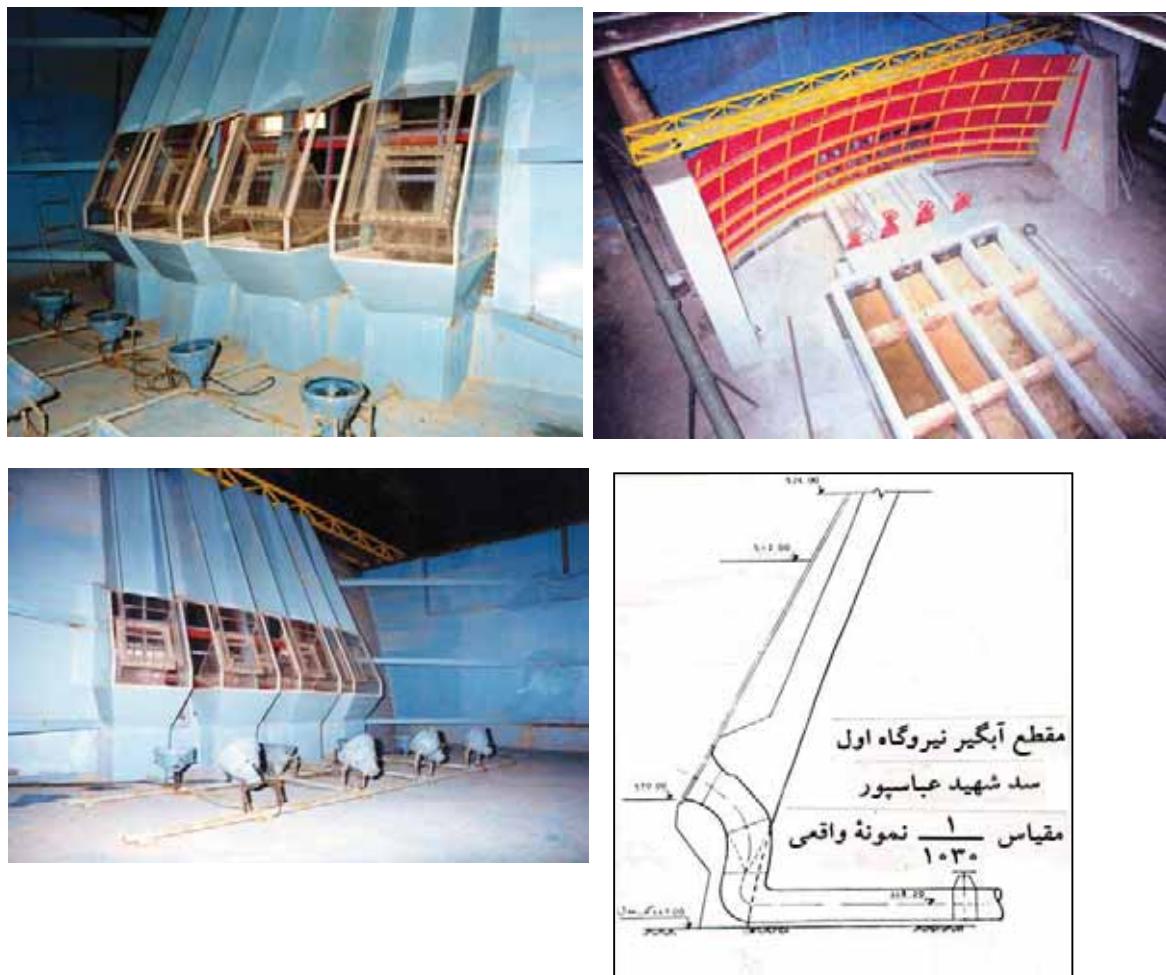
مطابق شکل مرزهای کناری مدل به طریقی انتخاب شده‌اند که حتی‌الامکان موازی با خطوط جریان حاصله از مدل ریاضی باشند. در بالادست نیز مرز مدل طوری قرار می‌گیرد که عمود بر خطوط جریان وارد شده به مخزن باشد. این موضوع سبب می‌شود، جریان به تبعیت از این دیوارها، الگوی واقعی خود را در مدل بددست آورد.

۹- تعیین ارتفاع مدل

از آنجا که ارتفاع سد زیاد می‌باشد (۲۰۰ متر در نمونه واقعی)، ساخت تمام آن در مدل کار بسیار سخت و تقریباً غیر عملی می‌باشد. در واقع باید کف مدل را در ترازی انتخاب کرد که هیچگونه تاثیری بر گرداب‌های تشکیل شده نداشته باشد. در مورد فاصله آبگیر از کف باز هم به سراغ معیار انوار می‌رویم.

$$\left(\frac{b}{d}\right) \geq 4$$

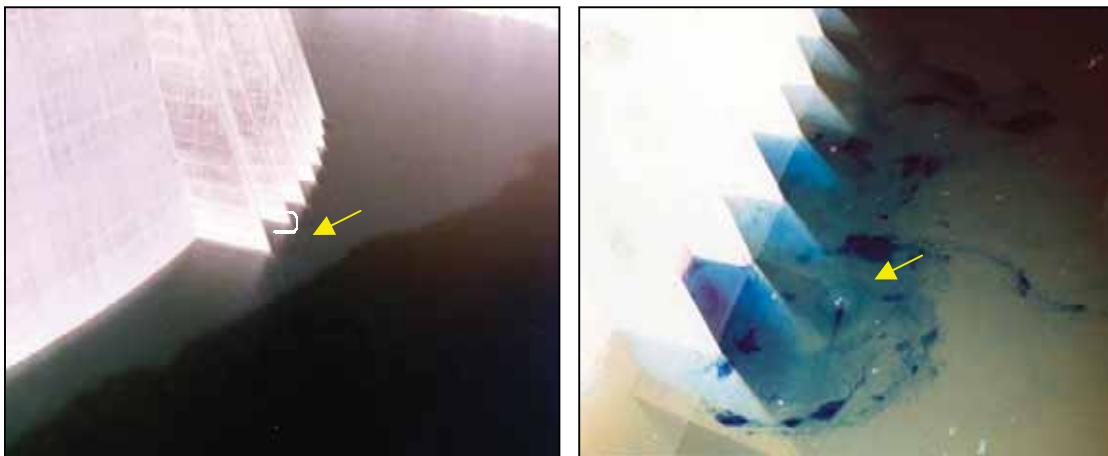
در رابطه فوق b فاصله محور آبگیر تا کف و d قطر آبگیر می‌باشد. در عکس‌های زیر تصاویری از مدل ساخته شده نشان داده شده است.



مجموعه عکس‌های شماره (۲)- قسمت‌های مختلف مدل فیزیکی ساخته شده

۱۰- آزمایش‌های واسنجی (کالیبراسیون)^۱ مدل

برای اطمینان از صحت نتایج مدل و عملکرد آن عمل واسنجی مدل انجام پذیرفت. یعنی در شرایط مختلف چگونگی تشکیل گرداب و موقعیت آن نسبت به آبگیرها در مدل، با مشاهداتی که از نمونه واقعی انجام شده بود، مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج نشان داد که در بیش از ۸۰٪ موارد مدل رفتاری هماهنگ با نمونه واقعی را نشان می‌دهد.



مجموعه عکس‌های شماره (۳)- تشکیل گرداب مشابه در شرایط یکسان بهره‌برداری در مدل و نمونه واقعی

۱۱- روش‌های جلوگیری از وقوع گرداب

برای پرهیز از مشکلاتی که گرداب‌ها پدید می‌آورند، از روش‌هایی برای جلوگیری از وقوع این پدیده استفاده بعمل می‌آید. این روش‌ها بر حسب هدفی که دنبال می‌کنند، به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند:

- (۱) طولانی‌تر کردن مسیر جریان بین دهانه آبگیر و سطح آزاد آب
- (۲) از بین بردن عوامل غیر یکنواخت کننده جریان ورودی به منظور کاهش قدرت چرخش گرداب

۳) استفاده از سازه‌های مستهلك کننده گرداب‌ها

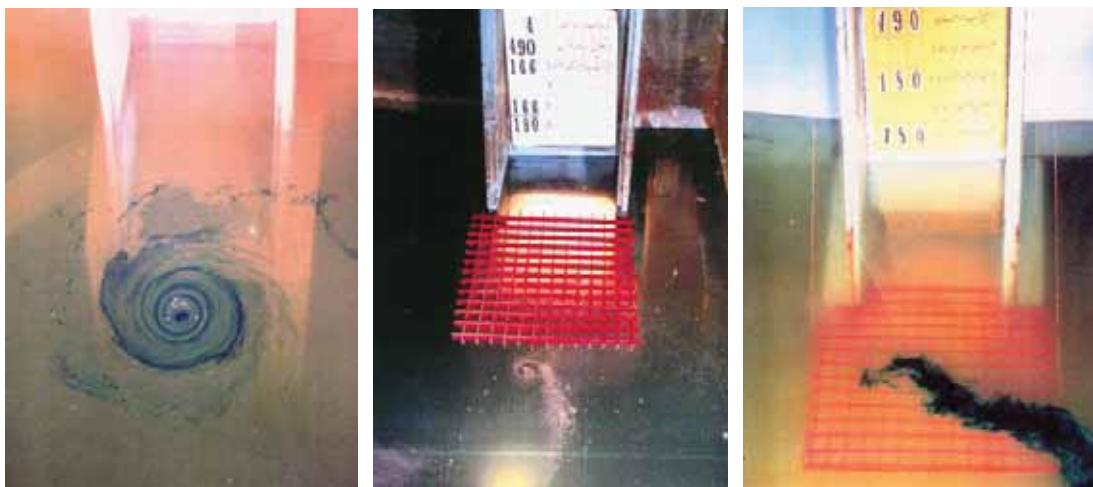
ساده‌ترین روش برای کاهش قدرت و یا حذف کامل گرداب، افزایش طول مسیر جریان با افزایش عمق استغراق می‌باشد. در این صورت یا باید ارتفاع سد افزایش یابد یا رقوم آبگیر کاهش پیدا کند که اولی هزینه‌ها را بالا می‌برد و دومی باعث کاهش ظرفیت مؤثر مخزن می‌گردد. در چنین حالاتی سعی می‌شود با استفاده از روش‌های ارزان‌تر اقدام به حذف این پدیده گردد.

برای این منظور لازم است ابتدا علل تشکیل گرداب شناسایی شده و سپس در رفع آن اقدام شود. به عنوان مثال اگر عدم تقارن در مخزن منجر به تشکیل گرداب قوی می‌شود، می‌توان با اصلاحاتی در مرزهای

مخزن، قدرت گرداب را کاهش داد. در پاره‌ای موارد می‌توان از دیواره‌های مقسم جریان استفاده نمود. این دیواره‌ها جریان را تقسیم کرده و به یکنواخت کردن توزیع جریان کمک می‌نمایند و در نتیجه قدرت گرداب کاهش پیدا می‌کند.

راه دیگر استفاده از سازه‌های ضد گرداب در جلوی دهانه ورودی یا قسمت فوکانی آبگیر می‌باشد که این سازه‌ها با پراکنش انرژی گرداب‌ها به مقابله با آنها پرداخته و باعث تضعیف آنها می‌شوند. این سازه‌ها عبارتند از: سقف شناور در محدوده تشکیل گرداب در سطح آب، سرپوش مشبک ثابت شده در پیشانی آبگیر، دیوارهای قائم و سازه نیم استوانه‌ای در جلوی دهانه آبگیر که بعضی از موارد ذکر شده به لحاظ عملکرد می‌توانند در دسته اول یا دوم نیز قرار گیرند.

در مدل مقیاسی سد شهید عباسپور (کارون ۱)، بعد از بررسی گزینه‌های متعدد از قبیل سقف شناور زبر شده، شبکه شناور، سرپوش مشبک روی پیشانی آبگیر، دیوارهای قائم و گزینه نیم استوانه در جلوی دهانه آبگیر، نهایتاً سرپوش مشبک بر روی پیشانی آبگیر، بهترین گزینه شناخته شد، در این طرح سازه سرپوش مشبک با طولانی کردن مسیر جریان از سطح آب تا آبگیر، نقشی همانند افزایش عمق استغراق را ایفا می‌نماید.



(a)

(b)

(c)

مجموعه عکس‌های شماره (۴)

(a)- تشکیل گرداب قوی همراه با ورود هوا (گرداب نوع ۶) بر روی دهانه آبگیر

(b)- استفاده از صفحه مشبک شناور بر روی سطح آب و تشکیل گرداب خارج از ابعاد صفحه

(c)- استفاده از صفحه یا سرپوش مشبک مستقر بر روی پیشانی آبگیر و حذف کامل گرداب

۱۲- نتیجه‌گیری

در مطالعات مدل جهت ایجاد تشابه مناسب بین رفتار جریان در مدل و نمونه واقعی، دقت در ساخت مدل فیزیکی با لحاظ کلیه جزئیات ساختمانی از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشد بطوری که اگر در یک مدل با مقیاس بزرگ، تشابه هندسی در ساخت مدل رعایت نگردد، نتایج آزمایش‌ها از دقت و صحت کمتری نسبت به مدلی با مقیاس کوچکتر ولی با تشابه کامل هندسی برخوردار است. در مطالعات مدل‌های هیدرولیکی، حرکت جریان و نیز پدیده‌های مورد بررسی عموماً تحت تاثیر نیروی ثقل قرار دارند و این امر استفاده از قانون تشابه فرود را در ساخت مدل ایجاب می‌نماید. ولی در پدیده‌هایی نظیر گرداب، علاوه بر نیروی ثقل، نیروهای لزجت و کشش سطحی سیال نیز نقش بسزایی را دارا می‌باشند لذا باید اعداد رینولدز و وبر در مدل از میزان مشخصی که توسط محققین مختلف ارائه شده، بیشتر باشد. بنابر این خطاهای وارد شده در آزمایش‌ها و نتایج حاصله، ارتباط مستقیم با مقیاس مدل خواهد داشت.

همانطور که ذکر گردید، شناخت عامل شکل‌گیری گرداب، پارامتر مهم و تاثیرگذار بر انتخاب گزینه‌های ضد گرداب می‌باشد. به عنوان مثال در آبگیرهایی که کمبود عمق استغراق عامل اصلی ایجاد گرداب می‌باشد (نظیر آبگیرهای سد شهید عباسپور)، استفاده از صفحات افقی توصیه شده و نتیجه مطلوبی را نیز ارائه می‌دهند، زیرا بکارگیری این گزینه، ضمن پوشانیدن محدوده شکل‌گیری گرداب و انتقال آن به منطقه‌ای دورتر، موجب طویل‌تر شدن خط جریان ورودی از سطح آب به آبگیر می‌گردد. به عبارت دیگر این گزینه همان نقشی را ایفا می‌نماید که با افزایش عمق استغراق به آن دست می‌یابیم. در شرایطی که عدم یکنواختی در جریان نزدیک شده به آبگیر باعث ایجاد گرداب می‌گردد، استفاده از دیوارهای هدایت برای جهت دادن جریان به سمت آبگیر و یا بهره‌گیری از دیوارهای قائم توصیه می‌گردد.

آزمایش‌های انجام شده در مدل نشان می‌دهند که گزینه سرپوش مشبک افقی بر روی پیشانی آبگیر ضمن عملکرد مطلوب در استهلاک قدرت گرداب، از قابلیت و سهولت اجرایی بیشتری نسبت به سایر گزینه‌ها (نظیر صفحات شناور روی سطح آب) برخوردار می‌باشد.

۱۳- مراجع

- 1- Swirling Flow Problems At Intakes. By: Jost Knauss. IAHR Publ., 1978
- 2- Vortex Flow in Nature and Technology. By: Lugt H. J., Wiley Interscience Publ., 1983
- 3- Flow Vortices. By Sheldon I. , University of British Columbia; Publ., 1996
- 4- Performance of Vortex Inhibitors For Reservoir Intakes., By; R.W.P.May & I.R.Willoughby.
- 5- The Hydraulic Design of Pumps and Intakes; By M.J.Prosser, BHRA, 1977.

کارگاه آموزشی مدلسازی در آبیاری و زهکشی

۱۴۰۲ آذر ماه ۱۴۸۱

معرفی نرم افزار دینامیک سیالات محاسباتی، Fluent

مهدى خادمى^۱، محمد حسین اميد^۲، عبدالحسین هورفر^۳

چكیده

مطلوب حاضر به معرفی نرم افزار دینامیک سیالات محاسباتی Fluent می‌پردازد که در مدلسازی انواع جريانهاي موجود در هيدروليک مانند جريانهاي متغير تدريجي و مكاني، جريانهاي حمل كننده رسوب، جريانهاي لایه لایه و محيطهاي متخلخل كاربرد دارد. مرورري بر معادلات حاكم بر جريان سيال نيوتوني، انواع مدلهاي آشفتگي و گزينههاي متناسب برای انتخاب مدل آشفتگي با توجه به نوع جريان تشریح شده است. همچنین پس از ارائه مراحل عمومي برای حل يك مسئله CFD با استفاده از نرم افزار، به قابلیت نرم افزار در مدلسازی انواع جريانهاي دوفازي پرداخته می‌شود. مدل اولري-لاگرانژي که از قابلیتهاي Fluent در مدل کردن جريانهاي دوفازي می‌باشد برای بررسی اثر يك تیغه هدایت کننده بر جريان آب و رسوب در يك حوضچه رسوبگير و اثر آن بر راندمان تله اندازی حوضچه به کار گرفته شده است. نتایج آزمایشگاهی مطابقت خوبی را با نتایج مدل عددی نشان می‌دهد.

مقدمه

معادلات ناويير استوکس يعني معادلات پيوستگي، مومنتوم و انرژي، معادلات دقیق برای جريان يك سيال می‌باشند. متأسفانه برای معادلات ناويير استوکس حل تحليلي وجود ندارد و از اين رو باید از روشهاي عددی در حل اين معادلات استفاده کرد. علم دینامیک سیالات محاسباتی^۱ يا به اختصار CFD بكارگيري روشهای عددی در حل معادلات حاكم بر حرکت سیالات می‌باشد. استفاده از روشهای عددی نيز بستگی به

۱- فارغ التحصيل کارشناسي ارشد رشته سازه‌های آبي دانشگاه تهران

۲ و ۳- استاديار، گروه مهندسي آبیاري و آباداني دانشگاه تهران

سرعت محاسباتی کامپیوترها دارد، از این رو حل مستقیم معادلات ناولیر استوکس امروزه محدود به جریانهای با اعداد رینولدز پایین هستند و همانطور که در بخش دوم ذکر می‌شود، از یک سری فرضیات برای ساده سازی معادلات حاکم استفاده می‌شود.

بدون شک با پیشرفت کامپیوترها از نظر سرعت، روش‌های عددی امکان حل معادلات حاکم بر جریان سیالات را به روش‌های دقیقتری میسر ساخته است و از این نظر روز به روز روش‌های عددی در علوم مهندسی آب طرفداران زیادتری را به سبب صرفه جویی در هزینه و وقت پیدا کرده است. نرم افزارهای زیادی نیز به بازار معرفی شده‌اند که با الگوریتمهای قوی به کار رفته در آنها برای حل معادلات جبری، پشتونه بسیار خوبی را برای مهندسین هیدرولیک فراهم کرده است. از جمله این نرم افزارها نرم افزار تجاری Fluent می‌باشد که به زبان C نوشته شده است و معادلات حاکم را با روش احجام محدود^۱ به معادلات جبری تبدیل کرده و آنها را حل می‌کند. بسیاری از جریانهای شناخته شده در هیدرولیک از جمله جریانهای چندفازی در امکانات حل این نرم افزار گنجانده شده است که در این مقاله به آنها اشاره می‌شود. Fluent قابلیت حل مسائل دو بعدی و سه بعدی را دارد و استفاده از مدل‌های پیشرفتگی و روش‌های مدلسازی متنوع، تقریباً امکان مدلسازی هر گونه جریان و پدیده‌ای مانند جریانهای تحت فشار، جریانهای با سطح آزاد و لایه لایه، جریانهای حاوی ذرات رسوبی و حباب، معروف به جریانهای چند فازی و پدیده‌هایی مانند کاویتاسیون را فراهم کرده است. علاوه بر قابلیتهای پیش فرض ارائه شده توسط Fluent، خود کاربر نیز می‌تواند با نوشتتن زیر روال^۲، انواع ترمehای چشمeh^۳ در معادلات حاکم، شرایط مرزی مربوط به مسئله مورد نظر و نیروهای مختلف را وارد مسئله کند. این قابلیتها نرم افزار Fluent را به یکی از قویترین نرم افزارهای موجود دینامیک سیالات محاسباتی تبدیل کرده است. در اینجا هدف، معرفی این قابلیتها می‌باشد. از طرفی هر کدام از این قابلیتهای به کار گرفته شده نیز یک شاخه از دینامیک سیالات می‌باشد و وارد شدن در جزئیات هر کدام از آنها مستلزم داشتن معلومات زیادی هم در تئوری سیالاتی و هم در روش عددی به کار رفته دارد که خارج از این بحث می‌باشد و سعی می‌شود با ارائه منابع، کاربر بتواند معادلات حاکم بر این روشها را بهتر بشناسد.

برای حل یک مسئله CFD ابتدا باید شبکه حل تولید شود. Fluent خود شبکه را تولید نمی‌کند و شبکه باید در نرم افزار دیگری تولید شود. Fluent قادر به خواندن مش از نرم افزارهای مختلف تولید مش مانند Gambit، Geomesh، Tgrid و Ansys می‌باشد. بعد از اینکه شبکه حل در نرم افزاری مثل Gambit تولید شد و نوع مرزهای محدوده حل مانند دیواره، ورودی و خروجی مشخص شد، مش تولید شده باید توسط نرم افزار Fluent خوانده شود و برای اشکالات احتمالی از قبیل حجمهای منفی کنترل شود. با

1- Finite Volume

2- Subroutine

3- Source

خواندن مش یک پرونده^۱ برای مسأله مورد نظر ساخته می‌شود و با دادن شرایط مرزی دلخواه می‌توان حل مسأله را آغاز کرد.

روشهای مختلفی برای گسترش کردن معادلات وجود دارد مانند روش اختلاف محدود، روش احجام محدود و روش اجزاء محدود. روش اختلاف محدود تنها در حالت استفاده می‌شود که شبکه یک شبکه ساختار یافته باشد. اما روشهای احجام محدود و اجزاء محدود قابلیت کار کردن با شبکه بی ساختار را نیز دارند. در دینامیک سیالات محاسباتی، روش احجام محدود بیشتر به کار رفته است و در بسیاری از نرم افزارها مانند Flow3d ، Phoenics ، Fluent مورد استفاده قرار گرفته اند. علت این امر این است که که محدوده حل، یک حجم کنترل بزرگ می‌باشد که با ایجاد شبکه در آن به حجم کنترلهای کوچکتر تقسیم می‌شود و در واقع روش احجام محدود بر اساس قوانین بقاء سیالات کار می‌کند.

معادلات حاکم

بدون شک زمانی می‌توان از نرم افزارهای تجاری دینامیک سیالات استفاده نمود که یک شناخت حداقل به معادلات حاکم بر سیالات به عنوان فاز پیوسته و همچنین فازهای دیگری از قبیل انتقال جرم که به فاز پیوسته اضافه می‌شوند داشته باشیم. در این میان مدل‌های آشفتگی و شناخت از ماهیت آنها و فرضیات موجود در بدست آوردن آنها اهمیت زیادی دارد و کاربرد یک مدل آشفتگی در مسأله مورد نظر ما مستلزم شناخت آن مدل و شرایط موجود در مسأله دارد. به عنوان مثال، مهندسین هیدرولیک علاقه زیادی به مشاهده جریانهای ثانویه از نوع دوم پراندل دارند که در انتقال رسوب نقش بسیار زیادی دارد. اما اگر از مدل $\epsilon - k$ برای حل آشفتگی استفاده شود، هیچگاه جریان‌های ثانویه دیده نمی‌شوند چون این جریانها در اثر غیر ایزوتروپ بودن آشفتگی حاصل می‌شوند در حالیکه در مدل $\epsilon - k$ فرض ایزوتروپ بودن آشفتگی به کار رفته است. از این رو در این بخش معادلات حاکم بر حرکت سیال و انواع مدل‌های آشفتگی موجود در Fluent بررسی می‌شود.

با معرفی یک متغیر عمومی مثل ϕ ، فرم بقایی تمامی معادلات جریان سیال، از قبیل مومنتوم و مقادیر اسکالر مثل حرارت و غلظت آلودگیها، به صورت معمول زیر می‌تواند نوشته شود (Versteeg 1995) :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho\phi\vec{V}) = \operatorname{div}(\Gamma \operatorname{grad}\phi) + S_\phi \quad (1)$$

که در اینجا $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$ بردار سرعت، ρ چگالی سیال، Γ ضریب پخشودگی کمیت ϕ و S_ϕ ترم چشمی می‌باشد.
به عبارت دیگر:

نرخ افزایش ϕ به خاطر ترم‌های چشمی + نرخ افزایش ϕ به دلیل پخشودگی = نرخ انتقال ϕ به وسیله مومنتوم جریان + نرخ افزایش ϕ در یک المان سیال

معادله (۱)، معادله انتقال خاصیت ϕ می‌باشد و به طور وضوح فرآیندهای مختلف انتقال را نشان می‌دهد: نرخهای تغییر و انتقال در سمت چپ معادله و ترم‌های پخشودگی و ترم چشمی، به ترتیب در سمت راست معادله واقع شده‌اند. اگر در معادله (۱)، به جای ϕ ، ۱، مولفه‌های سه گانه سرعت و غلظت C گذاشته شود، فرم خاصی از معادلات پیوستگی، مومنتوم و معادله پیوستگی فاز اسکالر مانند غلظت رسوب یا آلودگی بدست می‌آید. اختلاف ظاهری معادلات بدست آمده، در ضریب پخشودگی و ترم چشمی می‌باشد. به عنوان مثال در معادلات مومنتوم پخشودگی ناشی از لزجت می‌باشد بنابراین به جای Γ ویسکوزیته سیال قرار می‌گیرد و در معادله پیوستگی رسوب و انتقال حرارت، ضریب پخشودگی رسوب یا حرارت قرار می‌گیرد که آن هم به وسیله نسبت پراندل برای حرارت و نسبت اشمیت برای ذرات رسوبی به خواص خود جریان مرتبط می‌شود. همچنین باید گفت شکل بقایی (۱) قدم کلیدی در حل عددی معادلات بقایی به وسیله روش احجام محدود می‌باشد که در نرم افزار Fluent به کار رفته است.

معادلات ناویر استوکس معادلات بقایی جریان سیال شامل معادله پیوستگی، معادله مومنتوم و معادله انرژی می‌باشد. با قرار دادن مقادیر مناسب در معادله (۱)، بدست می‌آید:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{V}) = . \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + S_{Mx} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) + S_{My} \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho w \vec{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) + S_{Mz} \quad (5)$$

در این معادلات u, v و w مولفه‌های سرعت در جهت جریان یا طولی، عمود بر جهت جریان و جهت عرضی، ρ دانسیته سیال، p فشار مکانیکی، μ ویسکوزیته دینامیکی و $\vec{V} = ui\vec{i} + vj\vec{j} + wk\vec{k}$ بردار سرعت می‌باشند. معادلات بالا، از سرعتهای لحظه‌ای استفاده نموده اند که معادلات دقیق برای هر سیال نیوتونی محسوب می‌شوند.

اکثر جریانهایی که در طبیعت با آنها سروکار داریم جریانهای آشفته هستند. تفاوت بسیار مهم در مصوب ساختن میدان جریان آرام و آشفته، به وجود آمدن حرکات گردابه‌ای با مقیاس‌های طولی در دامنه بسیار

وسیع، در جریان آشفته می باشد. یک محدوده از جریان با ابعاد $1/10\text{ m}$ در $1/10^9$ متر با عدد رینولدز بالا، دارای گردابه های با ابعاد $100-1\text{ }\mu\text{m}$ می باشد. در این محدوده، برای مدل کردن تمامی این گردابه ها، مشاهی محاسباتی با $10^{12}-10^9$ نقطه مورد نیاز است. سریعترین رخدادها در این جریان، با فرکانسی بالغ بر 10 kHz اتفاق می افتد؛ بنابراین فواصل گامهای زمانی مورد نیاز در جریان حدود 1 ms می باشد. به عقیده Speziale (1991) شبیه سازی مستقیم جریان آشفته با عدد رینولدز 500000 در یک لوله به یک رایانه با سرعت حدود $10\text{ میلیون برابر سرعت ابررایانه های امروزی نیاز دارد}$ (Versteeg 1995).

بنابراین امروزه تنها می توان برای جریانهای با عدد رینولدز پایین در حد ناحیه انتقالی، از شبیه سازی مستقیم معادلات^۱ استفاده کرد. البته مهندسین، امروزه نیاز به فرآیندهای محاسباتی دارند تا اطلاعات کافی را در مورد فرآیندهای موجود در میدان آشفتگی بدهند ولی نیاز به دانستن تأثیر تک تک این گردابه ها را غیر ضروری می دانند. بنابراین این دسته از استفاده کنندگان CFD، با اطلاعاتی که از معادلات ناویر استوکس در حالی که متوسط گیری زمانی شده اند ارضا می شوند.

با بکارگیری قوانین متوسط گیری در معادلات بالا، معادلات متوسط گیری شده رینولدز معادلات ناویر استوکس برای یک جریان تراکم ناپذیر به صورت زیر بدست می آید (Fluent 2001) :

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (6)$$

معادله مومنتوم:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (7)$$

در اینجا u_i سرعت متوسط در سه جهت $x_i, i=1,2,3$ ، p فشار، μ ویسکوزیته دینامیکی سیال، $\overline{u'_i u'_j}$ ترم تنش رینولدز و δ_{ij} دلتای کرانکلر می باشد که برای $j=i$ مقدار آن برابر یک و $j \neq i$ برابر صفر می باشد.

با متوسط گیری از معادلات لحظه ای ناویر استوکس، ترم جدید $\overline{u'_i u'_j}$ در سمت راست معادله مومنتوم ظاهر می شود که تنسور تنش رینولدز نامیده می شود. این تنسور متقارن بوده و میزان همبستگی سرعتهای نوسانی را نشان می دهد. با بوجود آمدن این ترم در معادلات ناویر استوکس تعداد مجھولات

بیشتر از تعداد معادلات می شود (۱۰ مجھول شامل ۳ مؤلفه سرعت، فشار و شش ترم تنش و ۴ معادله شامل یک معادله پیوستگی و ۲ معادله مومنتوم). در اینجا می باشد که معادلات نیمه تجربی جریانهای آشفته توسط محققین مختلف ارائه شده است. چون باید ترم تنش رینولدز را بر حسب یک سری از خواص خود جریان آشفته مثل گرادیانهای موضعی سرعت بیان کنیم. این امر باعث به وجود آمدن مدلها می خواهد جبری، یک معادله ای و دو معادله ای برای این ترم شده است. در مدلها دو معادله ای، با استفاده از فرضیه بوزینسک، تنش رینولدز به گرادیان سرعت مرتبط می شود:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (8)$$

در این معادله μ_t ویسکوزیته گردابه ای و k انرژی جنبشی جریان آشفته می باشد. مدلها دو معادله ای بسیار معروفی ارائه شده اند که مدل $\epsilon - k - \omega$ دارای شهرت زیادی هستند و تطابق های بسیار خوب آزمایشگاهی با نتایج این مدلها گزارش شده است (Rodi 1984). این مدلها بر اساس انرژی جنبشی جریان آشفته و نرخ هدررفت آن، ویسکوزیته گردابه ای را مدل می کنند. معادله انتقال انرژی جنبشی آشفته به صورت زیر می باشد (Rodi 1984) :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \epsilon \quad (9)$$

همچنین نرخ هدررفت انرژی جنبشی ϵ از معادله زیر پیدا می شود.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\epsilon e} \frac{\epsilon}{k} (G_k) - C_{\epsilon e} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (10)$$

در معادلات بالا، G_k ترم تولید انرژی جنبشی آشفته به خاطر گرادیان سرعت در جریان، $C_{\epsilon e}$ ، $C_{2\epsilon}$ مقادیر ثابت تجربی و σ_k و σ_ϵ عدد پرانتدل برای معادله k و ϵ می باشد. ویسکوزیته آشفته آشفته یا گردابه ای در مدل دو معادله ای $\epsilon - k$ ، از معادله زیر پیدا می شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (11)$$

که C_μ یک ثابت تجربی می باشد.

در مدل استاندارد $\epsilon - k$ ، ثابت‌های موجود در معادلات بالا برابرند با:

$$C_{1\epsilon} = 1.44, \quad C_{2\epsilon} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3$$

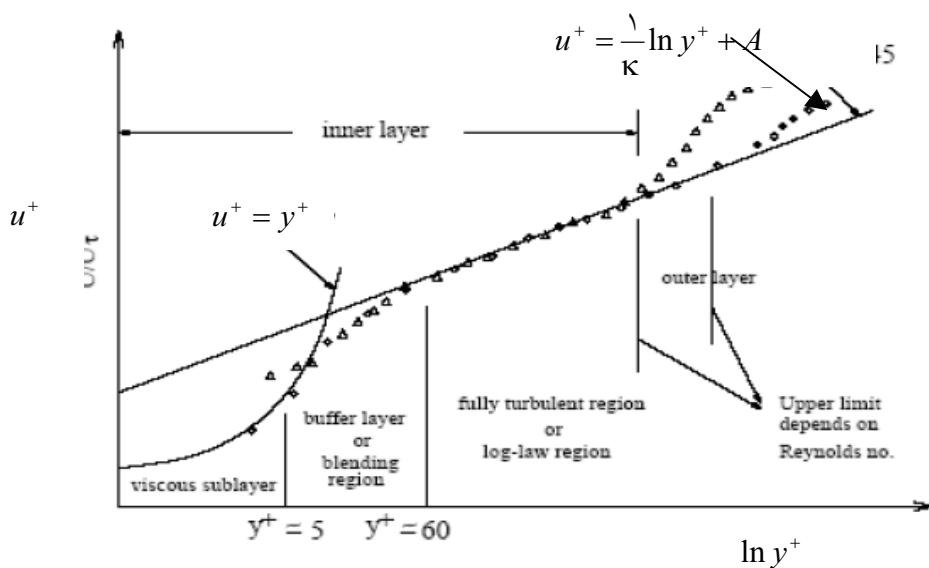
یک راه دیگر برای بستن معادلات مومنتوم، مدل کردن ترمهای تنش رینولدز یا مدل تنش رینولدز^۱ (RSM) می‌باشد که هزینه محاسباتی بسیار زیادتری دارد اما در جایی که بخواهیم اثرات غیر ایزوتروپ بودن جریان را ببینیم مانند جریانهای ثانویه از نوع دوم پرانتل، مجبوریم از این معادلات استفاده کنیم . (Nezue&Nakagawa 1993)

در معادله جبری Fluent ، مدل‌های معروف دو معادله ای $\epsilon - k$ و ω و همچنین مدل RSM جزء گزینه‌های پیش فرض برای حل آشفتگی هستند.

بعد از اینکه نوع مدل آشفتگی انتخاب شد باید بسته به شرایط جریان از مدل‌های اعداد رینولدز پایین^۲ LRN یا مدل‌های اعداد رینولدز بالا^۳ HRN استفاده کنیم. در واقع انتخاب هر یک از این دو نوع مدل به ما حکم می‌کند که در مجاورت دیواره، مدل چه رفتاری داشته باشد و اولین سلول محاسباتی در کجا قرار گیرد. برای این امر باید شناختی از محدوده دیواره داشته باشیم. جریانهای آشفته شدیداً از دیواره‌ها تأثیر می‌گیرند. میدان سرعت متوسط جریان به وسیله قانون عدم لغزش که باید در دیواره‌ها ارضا شود تأثیر می‌گیرد. در فاصله بسیار نزدیک به دیواره، ویسکوزیته بر نوسانات سرعت افقی تأثیر گذاشته و آنها را کاهش می‌دهد. مدل کردن نزدیک دیواره، روی دقت حل روش‌های عددی تأثیر فوق العاده دارد، چون دیواره‌ها به عنوان مرجع تولید و ریسیتی و آشفتگی هستند. همچنین در نزدیکی دیواره است که متغیرهای حل دارای گرادیانهای بزرگ هستند و انتقال مومنتوم و اسکالرها در آنجا رخ می‌دهد.

ناحیه دیواره از سه قسمت زیرلایه ویسکوز^۴، زیرلایه بافر^۵ و زیرلایه لگاریتمی یا اینرسی^۶ تشکیل شده است. در داخلی ترین لایه، یعنی زیر لایه ویسکوز، جریان تقریباً ورقه‌ای (آرام) است و ویسکوزیته نقش اساسی در انتقال مومنتوم و جرم دارد. در بیرونی ترین لایه، یعنی ناحیه کاملاً آشفته، آشفتگی نقش اساسی دارد. در نهایت، در ناحیه بافر، تأثیر ویسکوزیته و آشفتگی یکسان می‌باشد (Bredberg 2001).

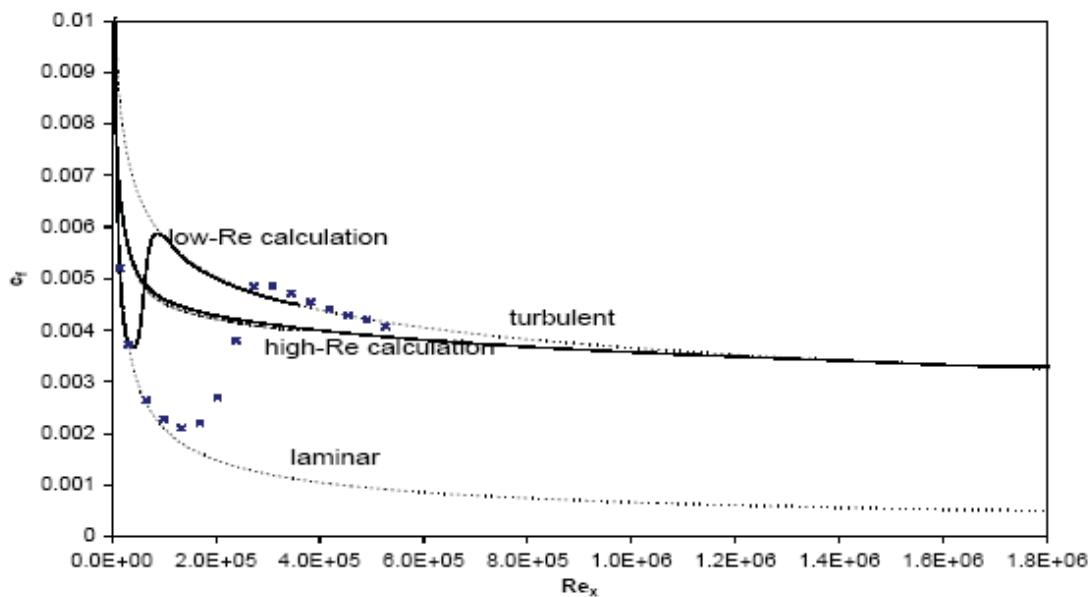
-
- 1- Reynolds Stress Model
 - 2- Low Reynolds Number
 - 3- High Reynolds Number
 - 4- Viscous Sublayer
 - 5- Buffer Sublayer
 - 6- Logarithmic or Inertial Sublayer



شکل (۱)- تقسیم بندی زیرلایه‌های مختلف جریان نزدیک دیواره (Fluent 2001)

چون اطلاعات ما فقط از دو ناحیه اول و سوم درست می باشد، طول اختلاط پرانتدل در این دو ناحیه به خوبی تعریف شده‌اند. بنابراین باید سلول اولی در یکی از این دو ناحیه واقع شود. اگر سلول اول محاسباتی در زیرلایه آرام قرار گیرد به این مدل، مدل اعداد رینولدز پایین یا LRN-models گفته می‌شود و اگر سلول اول محاسباتی در زیرلایه اینرسی قرار گیرد به آن مدل اعداد رینولدز بالا یا HLN-models گفته می‌شود (Bredberg 2001).

برای درک اهمیت کاربرد مدل‌های HRN و LRN ، شکل (۲) مقادیر اندازه گیری شده فاکتور اصطکاکی جریان روی یک صفحه تخت را نشان می‌دهد که زاویه برخورد جریان با لبه صفحه صفر می‌باشد یعنی جریان از روی صفحه عبور می‌کند. از سه نوع محاسبه برای بدست آوردن فاکتور اصطکاکی استفاده شده است. اولین مدل برای یک صفحه به طول ۱ متر که از یک مدل اعداد رینولدز پایین Yang-Shih استفاده شده است. دومین مدل همان صفحه با طول ۱ متر است و اینبار از یک مدل اعداد رینولدز بالا استفاده شده است. آخرین مدل نیز استفاده از یک مدل اعداد رینولدز بالاست ولی با طول صفحه ۵ متر. داده‌های آزمایشگاهی یک ناحیه انتقالی از حالت جریان آرام به آشفته را نشان می‌دهد. یک حالت مشابه نیز برای محاسبات مدل اعداد رینولدز پایین مشاهده می‌شود اگر چه انتقال در فاصله کمتری از ورودی نسبت به داده‌های آزمایشگاهی رخ می‌دهد. مدل اعداد رینولدز بالا شکلی متفاوت دارد. این مدل، جریان را از همان ابتدا آشفته در نظر می‌گیرد و در ابتدا از یک جریان لامینار شروع نمی‌کند. اما محاسبات نشان می‌دهند که جریان در عدد رینولدز موضعی $Re_x \geq 1.4E+6$ کاملا آشفته می‌شود (Pattijn 1998).



شکل (۲)- تغییرات ضریب اصطکاکی با عدد رینولدز موضعی برای جریان روی صفحه تخت. داده‌های آزمایشگاهی به صورت نقاط منفرد- خطها: خطوط پر، مدل شده با اعداد رینولدز پایین و بالا، خط چین: مقادیر تئوریکی ضریب اصطکاکی در حالت جریان آرام و آشفته (Pattijn 1998)

در Fluent مستقیماً گزینه‌ای برای انتخاب مدل اعداد رینولدز بالا یا پایین داده نشده است. استراتژی به کار رفته در Fluent استفاده از قوانین استاندارد دیواره برای مدل‌های HRN و استفاده از گزینه Enhanced Wall Treatment برای مدل‌های LRN می‌باشد. زمانی که از مدل HRN استفاده می‌شود باید

سلول اول در زیرلايه اینرسی قرار گیرد که حد پایینی آن $y^+ = \frac{yu_*}{v} = 30$ می‌باشد که u_* سرعت برشی کف، y فاصله از دیواره و v لزجت سینماتیکی می‌باشد. برای مدل LRN این مقدار حدوداً باید برابر یک باشد. گزینه Enhanced wall treatment فقط زمانی فعال می‌شود که از مدل $k-\epsilon$ برای مدل کردن آشفتگی استفاده شود و زمانی که از مدل $k-\omega$ استفاده می‌شود کافی است گزینه Transitional Flows فعال شود. این باعث می‌شود ضرایب موجود در معادلات مدل طوری تغییر کنند تا اثرات ویسکوزیته را نیز در نظر بگیرند. اما بدون توجه به اسم مدل، برای مدلسازی آشفتگی LRN اولین سلول محاسباتی باید در زیرلايه ویسکوز قرار گیرد.

همچنین استراتژی به کار رفته در Fluent برای مدل‌های آشفتگی اعداد رینولدز بالا، استفاده از قوانین استاندارد دیواره Launder&Spalding(1974) می‌باشد که برای اولین نقطه محاسباتی در مجاورت دیواره به صورت زیر تعریف می‌شود:

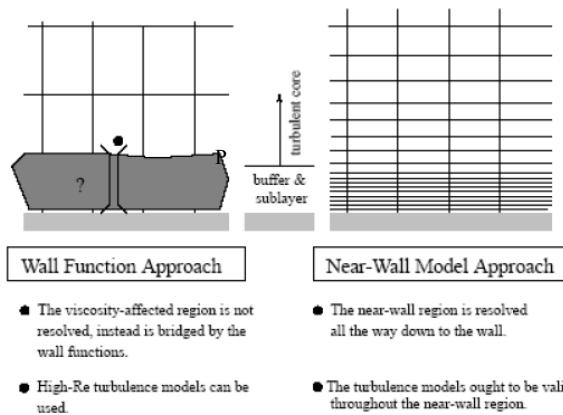
$$U^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (12)$$

که y^* و U^* مطابق زیر تعریف می‌شوند:

$$U^* = \frac{U_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/4}}{\tau_w / \rho} \quad (13)$$

$$y^* = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/4} y_p}{\mu} \quad (14)$$

در معادلات بالا، $\kappa = 0.42$ ثابت کارمن، $E=9.8$ سرعت در نقطه P اولین نقطه مجاور به دیواره، k_p انرژی جنبشی آشفتگی در نقطه P، y_p فاصله نقطه P تا دیواره و μ ویسکوزیته دینامیکی سیال می‌باشد. فرمول بالا زمانی کاربرد دارد که نقطه P در ناحیه اینرسی قرار گیرد. حد پایین این ناحیه $y^* = 30$ و حد بالای آن بستگی به عدد رینولدز دارد. شکل محل قرارگیری نقطه P را نشان می‌دهد.

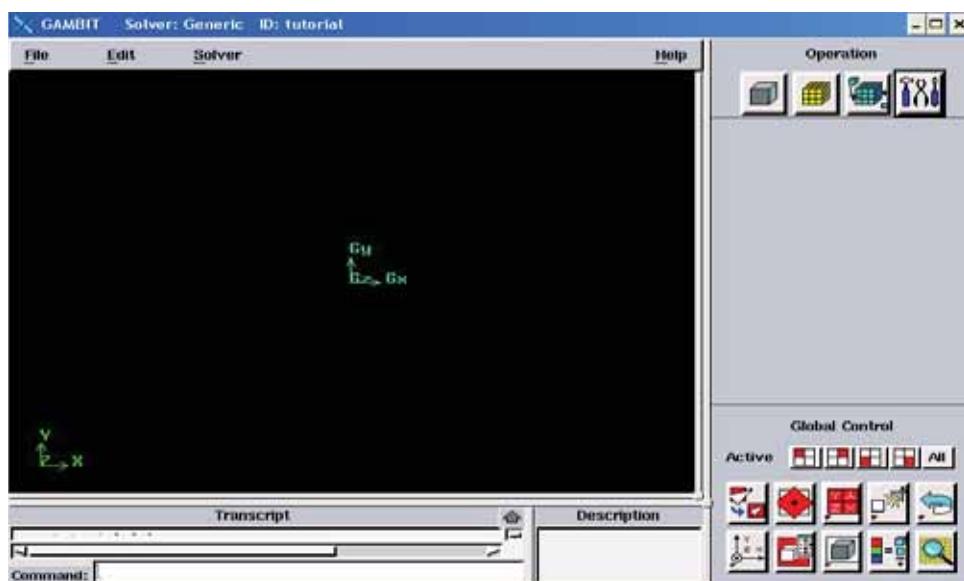


شکل (۳)- شماتی تفهیمی برای محل قرارگیری اولین سلول محاسباتی در مدل‌های اعداد رینولدز بالا و پایین (Fluent 2001)

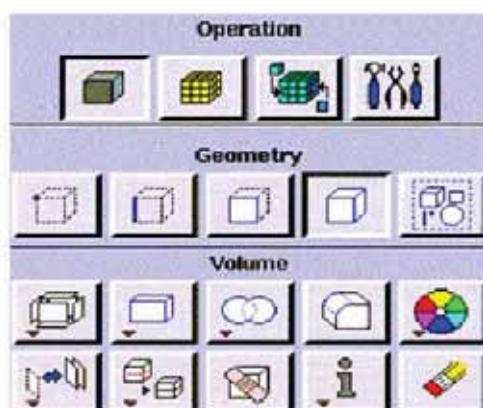
مراحل عمومی برای استفاده از نرم افزار Fluent

برای شبیه‌سازی عددی یک محدوده از جریان، ابتدا باید محدوده را مش بندی کرد. نرم افزار Fluent مشهای محاسباتی را از نرم افزارهای مختلفی وارد می‌کند. از جمله این نرم افزارها که کار کردن با آن بسیار راحت می‌باشد، نرم افزار Gambit می‌باشد. در پنجره اصلی Gambit که در شکل (۴) نشان داده شده است در سمت راست صفحه ابزارهای لازم برای تولید شبکه حل به ترتیب قرار گرفته اند. اولین شکل برای ایجاد هندسه، دومی تولید مش و سومی تعریف کردن شرایط مرزی. با انتخاب هر کدام از این گزینه‌ها نیز پنجره‌های دیگری با ابزارهای لازم باز می‌شود (شکل ۴ب).

ابتدا باید هندسه محدوده حل را تعریف کرد. این عمل با استفاده از گزینه Geometry انجام می‌شود (شکل ۴ ب). مسلمًا محدوده حل اگر دو بعدی باشد دارای وجهه^۱ می‌باشد که هر کدام از این وجهه دارای اضلاع^۲ و نقاط مختصاتی^۳ می‌باشند و محدوده حل سه بعدی نیز دارای یک حجم می‌باشد که آن دارای وجهه و اضلاع و نقاط می‌باشد. برای تولید هندسه می‌توان از همان ابتدا مختصات نقاط را تعریف کرد سپس اضلاع محدوده و از آنجا وجهه و سپس حجم را بوجود آورد، یا اینکه می‌توان مستقیماً حجمها یا وجهه را به صورت اشکال ساده تعریف کرد و آنها را در کنار هم قرار داد و حجم محدوده دلخواه را بوجود آورد.



ب



۴) ب

شکل (۴)- صفحه اصلی نرم افزار Gambit و گزینه Geometry برای ایجاد هندسه محدوده حل

1- Face

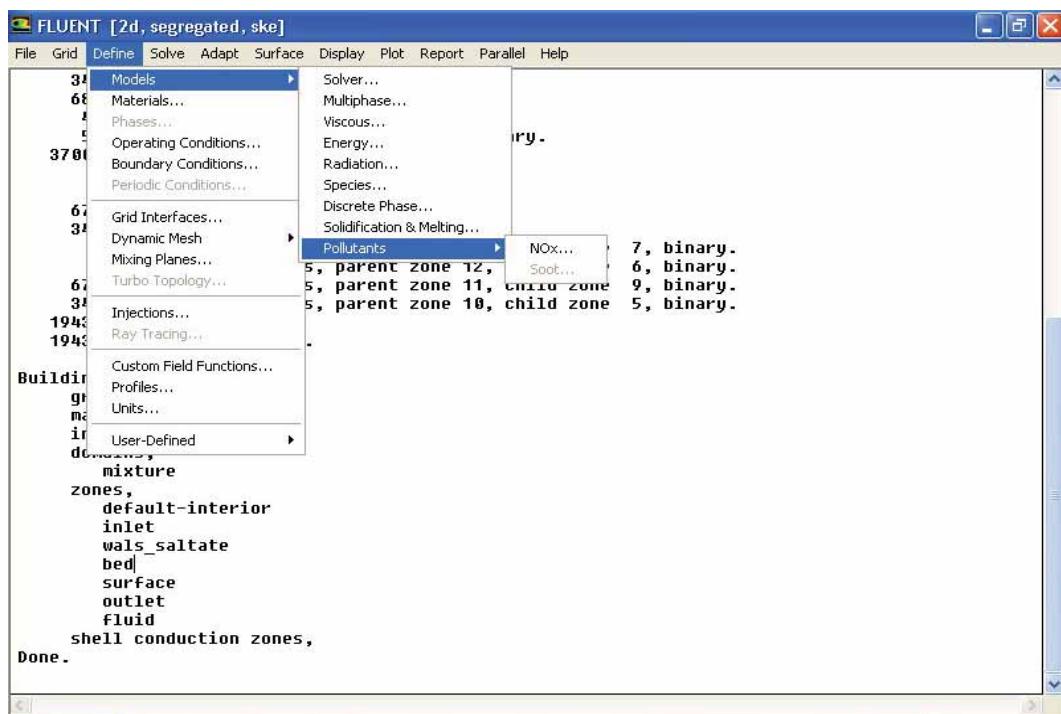
2- Edge

3- Vertex

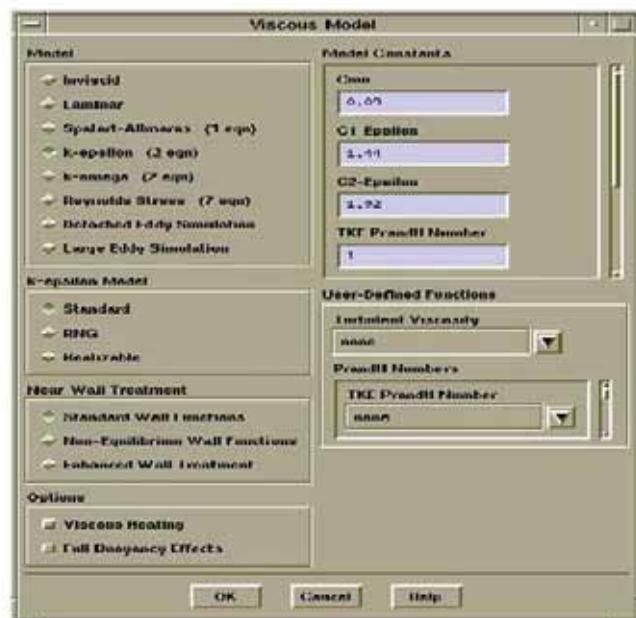
بعد از تعریف هندسه محدوده حل، باید آن را مش بندی کرد (گزینه دوم در شکل ۴ الف). بعد از انتخاب محدوده حل برای مش بندی، نرم افزار Gambit با توجه به هندسه محدوده ایجاد شده و در نظر گرفتن شرایطی از قبیل گوشه‌ها نوع المانهای مناسب را برای محدوده حل تعیین می‌کند و عمل مش بندی را انجام می‌دهد.

مرحله آخر، تعیین شرایط مرزی می‌باشد. Gambit شرایط مرزی را با توجه به نرم افزاری که می‌خواهیم محدوده را با آن مدل کنیم تعیین می‌کند. بنابراین باید نوع نرم افزار که در اینجا Fluent6 می‌باشد از گزینه Solver در منوی پنجره اصلی انتخاب شود. برای مدل‌های سه بعدی شرایط مرزی به وجوده محدوده تولید شده و در مدل‌های دو بعدی به اضلاع محدوده تولید شده تعلق می‌گیرد.

شکل (۵)، پنجره اصلی نرم افزار Fluent را نشان می‌دهد. ترتیب قرارگیری منوها، ترتیب لازم برای حل یک مسئله با استفاده از نرم افزار می‌باشد. با استفاده از گزینه File مشی که با استفاده از نرم افزار Gambit تولید شده، خوانده می‌شود. مش خوانده شده باید ابتدا توسط Fluent چک شود تا اشکالاتی از قبیل حجم کنترلهای منفی گرفته شود. در صورت مشکل دار بودن مش، برنامه ادامه نمی‌یابد (منوی Grid). گزینه Scale در منوی Grid به مقیاس بندی محدوده حل اختصاص دارد. واحد پیش فرض ابعاد هندسه مدل برای Fluent بر حسب متر می‌باشد. در صورتی که واحدها بر حسب متر نباشند می‌توان با استفاده از این گزینه آنها را تبدیل کرد. در منوی Define، نوع مدل، روش حل و گزینه مدل‌های چندفاری و .. وجود دارد. ابتدا باید نوع مدل از لحاظ لزج یا غیر لزج بودن و در صورت لزج بودن آرام یا آشفته بودن جریان لحاظ می‌شود. در صورتی که جریان آشفته باشد، نوع مدل انتخابی برای مدل آشفتگی لحاظ می‌شود. شکل (۶) پنجره مدل ویسکوز را نشان می‌دهد که نوع جریان آشفته، و مدل آشفتگی $\epsilon - k$ انتخاب شده است. همچنین چگونگی رفتار جریان در نزدیکی دیوارهای که منجر به استفاده از مدل‌های LRN و HRN که در بخش معادلات حاکم توضیح داده شد در اینجا لحاظ می‌شود.



شکل (۵)- پنجره اصلی نرم افزار Fluent



شکل (۶) پنجره مربوط به جریان لزج که در آن باید نوع مدل آشفتگی و طرز رفتار جریان در نزدیک دیواره انتخاب و تعیین شود.

از گزینه‌های دیگر از منوی Define، اعمال شرایط مرزی می‌باشد. توجه شود که در نرم افزار Gambit نوع شرایط مرزی انتخاب شد یعنی در آنجا ذکر شد کدام ضلع از محدوده حل، یک دیواره می‌باشد یا یک ورودی می‌باشد. حال در Fluent مقادیر سرعت و ترمehای آشفتگی در ورودی داده می‌شود یا تعیین می‌شود که شرط مرزی "عدم لغزش" در مورد یک دیواره اجرا شود یا خیر. به عنوان مثال سطح آب در یک دیواره در نظر گرفته می‌شود و در آن را به عنوان یک دیواره غیر ویسکوز با تنsh برشی صفر در نظر می‌گیریم.

منوی Solve از پنجره اصلی آخرین منو برای شروع حل می‌باشد که در آن پارامترهایی از قبیل شمای محاسباتی برای هر کدام از معادلات، فاکتورهای تسريع کننده حل و شرایط اولیه حل داده می‌شود.

منوهای دیگر از پنجره اصلی یا کنترل کننده همگرایی مسئله می‌باشند یا عملیات‌های خروجی^۱ را انجام می‌دهند مثل گزارش شارها، رسم خطوط جریان، رسم پروفیل سرعتها روی محور $y-x$ و

گزینه Adapt را می‌توان به عنوان کنترل کننده حل دانست که کار ریز و درشت کردن مشهای مربوط به یک ناحیه را با آن انجام می‌دهیم. ریز کردن مشهای خصوص در مدل‌های آشفتگی اعداد رینولدز پایین که در بخش ذکر شد کاربرد دارند. برای کنترل کردن آن از گزینه Adapt در منوی اصلی، Y^+/Y^* انتخاب شده و در پنجره مربوطه، Compute کلیک شود (شکل ۷). همانطور که گفته شد در مدل‌های اعداد رینولدز پایین حد بالایی $1 = y^+$ می‌باشد که اگر پس از محاسبه عددی بالاتر از این بدست آمد باید مش نزدیک دیواره را ریز کرد.



شکل (۷)-کنترل مش بر اساس Y^+/Y^*

قابلیت‌های Fluent در شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی

معادلات حاکم بر حرکت سیالات در بخش(۲) تشریح شد. اما جریان‌هایی که معمولاً با آنها برخورد می‌کنیم فرمهای پیچیده‌ای دارند. به عنوان مثال برای حل معادلات ناویر استوکس، باید شرایط مرزی کل محدوده حل داده شود، اما در بعضی از جریان‌ها مانند پرش هیدرولیکی، پروفیل سطح آزاد از ابتدا مشخص نبوده و مجهول مسئله است یا جریان‌های حامل رسوب و هوا که به وفور به چشم می‌خورند مثل جریان‌های گل آلود و پدیده کاویتاسیون. مدل کردن هر کدام از این جریان‌ها تکنیک‌های ویژه‌ای را برای حل می‌طلبند که محققین CFD را سالهاست درگیر نموده‌اند. امروزه روش‌های متعدد و بسیار کارآمدی برای مدلسازی انواع جریان‌ها از قبیل جریان‌های با سطح آزاد و جریان‌های دو فازی با بار رسوبی پیشنهاد شده است که جزء امکانات نرم افزار Fluent با عنوان جریان‌های چندفازی^۱ گنجانده شده‌اند. در این قسمت مرواری کوتاه بر این قابلیت‌ها می‌شود. دو روش کلی برای برخورد با جریان‌های دوفازی وجود دارد روش‌های اولری-لاگرانژی و روش‌های اولری-اولری که روش‌های اولری-اولری خود به سه دسته روش Mixture، VOF و روش اولری تقسیم بندی می‌شود.

۱- روش اولری-لاگرانژی: استفاده از مدل DPM²

مدل DPM یکی از قابلیت‌های Fluent در مدلسازی جریان‌های دوفازی است که فاز دوم آن را ذرات رسوبی یا حباب یا قطرات می‌توانند تشکیل دهند. حجم بسیاری از تحقیقات در جریان‌های دوفازی متوجه کاربرد این مدل بوده است و از موارد کاربرد آن می‌توان به احتمال بلند شدن ذرات رسوبی از بستر، محاسبه راندمان تله اندازی حوضچه رسوبگیر (خادمی، ۱۳۸۴)، Frey et.al(1993) اشاره کرد. از این گزینه زمانی می‌توان استفاده کرد که جریان رقیق باشد و این در حالی است که ذرات رسوبی موجود کمتر از حدود ۱۰ درصد کل حجم جریان را اشغال کنند یا به اصطلاح علمی‌تر، فواصل زمانی برخورد ذره با ذره بزرگتر از زمان پاسخگویی ذره^۳ باشد که در نتیجه حرکت ذرات به وسیله اندرکنش ذره و سیال، نیروی ثقل و برخوردهای ذره با دیواره کنترل شود. در واقع این روش، یک روش برای روندیابی ذرات رسوبی می‌باشد.

در روش اولری-لاگرانژی، ابتدا فاز پیوسته جریان با استفاده از معادلات اولری یعنی همان معادلات ناویراستوکس حل می‌شود و سپس فاز دوم مثلاً ذرات رسوبی از دیدگاه لاگرانژی بررسی می‌شود؛ بدین ترتیب که توازن تمامی نیروهای واردۀ بر ذره در دو جهت x و y و گذاشتن آنها در رابطه اندازه حرکت نیوتن $F = ma$ ، سرعت ذره را می‌دهد که با گذاشتن سرعت ذره در معادله $\frac{dx_p}{dt} = u_p$ موقعیت ذره پیدا می‌شود که u_p سرعت ذره و x_p موقعیت مکانی ذره می‌باشد.

1- Multiphase Flows

2- Discrete Phase Model

3- Particle Response Time

۲- روش‌های اولری- اولری

در این دسته از روشها، فاز دوم نیز به عنوان یک فاز پیوسته در نظر گرفته می‌شود و بسته به روش به کار برده شده یا یک معادله برای تمام فازها حل می‌شود یا اینکه برای هر فاز یک معادله جداگانه از معادلات بقاء حل می‌شود. سه نوع مدل در این روش به کار می‌رود:

• مدل VOF برای شبیه سازی جریانهای لایه لایه

بسیاری از مسائل CFD را در حالت دائم خود حل می‌کنیم که در نتیجه معادلات ناویر استوکس ماهیت بیضوی پیدا می‌کنند و باید شرایط مرزی در کل مرزهای احاطه کننده محدوده حل شامل سطح آزاد داده شوند. در بسیاری از مسائل کاربر می‌تواند برای سطح آزاد یک پروفیل تعریف کند اما شرایط بسیار زیادی نیز وجود دارند که خود سطح آزاد مجهول مسئله است و پیش‌بینی پروفیل آن مطلوب مسئله است. در هیدرولیک با چنین جریانهایی به وفور برخورد می‌کنیم مانند پرسنل هیدرولیکی، شکست سد و انحناء جریان عبوری از روی سرریز Ogee. مدلسازی این جریانها در ۳۰ سال اخیر رشد زیادی پیدا نموده است و از این رو روش‌های زیادی ارائه شده‌اند. از جمله این روشها می‌توان به روش‌های پیش‌بینی حجم که معروف به روش‌های VOF^۱ هستند، روش‌های پیش‌بینی پیشانی^۲ و LSM^۳ اشاره کرد. در از گزینه VOF که معروفترین آنهاست استفاده شده است. مدل‌های VOF اولین بار به وسیله Hirt&Nicholas(1975) و Noh&Woodward(1976) ارائه شد و به وسیله (Nicholas&Hirt(1981) تکمیل شد. از آن به بعد مدل VOF توجه بسیاری را به خود جلب و دقت حل آن بسیار بالا رفته است. مدل VOF برای شبیه‌سازی جریانهای لایه لایه می‌باشد یعنی جریانهای دو فازی یا چندفازی که در آن فازهای مختلف دارای مرزهای قابل تشخیص از یکدیگر هستند. به عنوان مثال جریانهای متداول با سطح آزاد یک جریان دوفازی است که فاز هوا به وسیله سطح آزاد از فاز زیرین یعنی آب جدا شده است.

• مدل Mixture

هماطور که گفته شد مدل VOF برای جریانهای دو فازی به کار می‌رود که مرزهای قابل تشخیص بین تمامی فازها به چشم می‌خورد و فازها با یکدیگر ترکیب نمی‌شوند. مدل Mixture نیز مانند مدل VOF یک معادله کلی را برای تمام فازها حل می‌کند ولی اجازه می‌دهد که فازهای مختلف با یکدیگر مخلوط شوند. از این گزینه می‌توان برای مدل کردن کاویتاسیون استفاده کرد.

• مدل اولری- اولری

گزینه دیگر برای جریانهای دو فازی استفاده از روش اولری- اولری می‌باشد. امکانات آن مانند مدل Mixture می‌باشد ولی دارای حجم محاسباتی بسیار زیادتری نسبت به مدل Mixture می‌باشد، زیرا در

این روش معادلات بقایی برای هر فاز به صورت جداگانه حل می‌شود و اندرکنش بین فازهای مختلف به خوبی در اینجا لحاظ نمی‌شود.

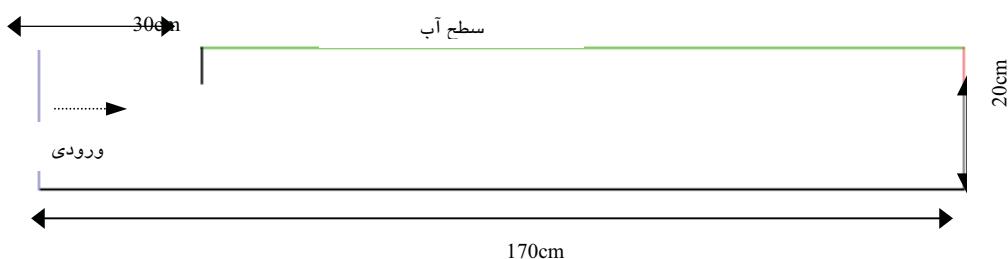
از مدل‌های Mixture و اولری زمانی استفاده می‌شود که فاز دوم بیش از ۱۰ درصد حجم کل جریان را اشغال کند.

کاربرد مدل DPM در تخمین راندمان تله اندازی حوضچه رسوبگیر

در این بخش به عنوان یک مثال از بکارگیری Fluent، از مدل DPM برای تحلیل جریان آب و رسوب در یک حوضچه رسوبگیر و اثر یک تیغه هدایت کننده یا بفل بر راندمان تله اندازی حوضچه رسوبگیر استفاده شده است (خادمی ۱۳۸۴).

شرح مسئله

شکل (۸) شماتیک از محدوده حل را نشان می‌دهد. حوضچه رسوبگیر دارای طول ۱۷۰cm بوده و عمق آب در حوضچه 26cm می‌باشد. خروجی شامل یک سرریز انتهایی با ارتفاع 20cm می‌باشد. یک تیغه هدایت کننده با ضخامت ناچیز در فاصله 30cm از ورودی قرار گرفته است و به اندازه 25% کل عمق آب مستغرق شده است. جریان به صورت دو بعدی مدل می‌شود و با توجه به عدد رینولدز جریان، از مدل آشفتگی استفاده می‌شود. برای مدل کردن آشفتگی از مدل دو معادله ای $k - \epsilon$ استفاده شده است.



شکل (۸)- حوضچه رسوبگیر مدل

انتخاب شرایط مرزی

- شرط مرزی ورودی: بعد از اینکه مش محاسباتی در نرم افزار Gambit تولید و نوع شرایط مرزی انتخاب شد، باید مقادیر متغیرها در نرم افزار Fluent وارد شود. در این مسئله پروفیل سرعت در ورودی حوضچه یکنواخت و مقدار سرعت برابر 0.09m/s طبق شرایط ایجاد شده در آزمایشگاه در جهت محور طولی x حوضچه می‌باشد. برای مقادیر k و ϵ نیز یک پروفیل یکنواخت فرض می‌شود که برای محاسبه آنها از فرمولهای تجربی بر اساس شدت آشفتگی و مقیاس طول آشفتگی

استفاده شده است (Fluent 2001). شدت آشفتگی طبق تعریف برابر است با نسبت سرعت rms به سرعت متوسط جریان و از رابطه تقریبی زیر بدست می‌آید:

$$I \equiv \frac{\sqrt{u'^2}}{u_{ave}} = 0.16(\text{Re})^{-1/8} \quad (15)$$

که u_{ave} سرعت متوسط جریان در ورودی و Re عدد رینولدز جریان می‌باشد.
برای بدست آوردن K از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$k = \frac{3}{4}(u_{ave} I)^2 \quad (16)$$

مقیاس طول آشفتگی از رابطه زیر یافت می‌شود:

$$l = 0.77L \quad (17)$$

که در این رابطه L را می‌توان شعاع هیدرولیکی در نظر گرفت.
و در انتها ۶ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\varepsilon = C_\mu^{1/4} \frac{k^{1/4}}{l} \quad (18)$$

که در آن $C_\mu = 0.09$ می‌باشد.
همچنین (Freziger & Peric' 2001) معادله ۱۹ را برای تعیین انرژی جنبشی و معادله ۱۸ را برای تعیین نرخ هدررفت انرژی جنبشی پیشنهاد داده است

$$k = 1.07 u_{ave}^2 \quad (19)$$

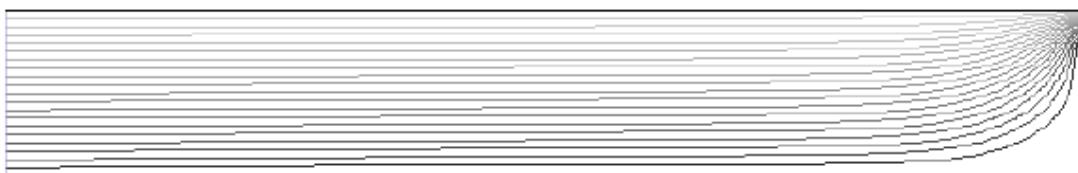
- شرط مرزی در سطح آب: سطح آب را معمولاً یک صفحه تقاضن در نظر می‌گیرند. با گرفتن این شرط، تمامی گرادیانهای عمودی بر مرز برابر صفر قرار داده می‌شود و مولفه عمودی سرعت نیز برابر صفر گرفته می‌شود (Rodi, 1990).
- شرط مرزی خروجی: در شرط مرزی خروجی که تیغه آب بالای دریچه انتهایی می‌باشد از شرط مرزی outflow استفاده می‌شود. با گرفتن این شرط مقادیر گرادیانهای عمودی بر مرز خروجی یا

در جهت جریان برابر صفر قرار داده می‌شود و مقادیر روی مرز از مقادیر داخلی برونویابی می‌شود.

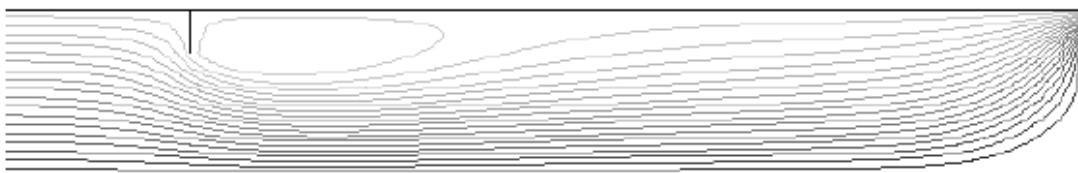
- شرط مرزی دیواره: سلول اولی باید طوری قرار گیرد که مرکز آن یا اولین نقطه محاسباتی نزدیک دیواره در زیرلایه اینرسی قرار گیرد. این امر باید در طول حل مدام چک شود.

خروجی مدل

- خطوط جریان: شکلهای (۹) و (۱۰)، مقایسه بین خطوط جریان را برای حالت کنندۀ وجود ندارد و زمانی که تیغه در عمق استغراق ۲۵٪ نصب می‌شود را نشان می‌دهد. جداسدگی خطوط جریان و به وجود آمدن یک ناحیه چرخشی در پشت صفحه تخت به خوبی مدل شده است.



شکل (۹) - خطوط جریان در حالت بدون بفل



شکل (۱۰)- خطوط جریان برای بفل با فاصله ۳۰ سانتی متری از ورودی و عمق استغراق ۲۵٪

محاسبه راندمان

برای محاسبه راندمان حوضچه رسوبگیر از مدل DPM استفاده می‌شود. نیروهای واردۀ بر ذره در اینجا نیروی درگ ذره، نیروی بالادهنده و نیروی ارشمیدس می‌باشد. مهمترین محدودیت در استفاده از این مدل اعمال شرط مرزی دیواره می‌باشد. در مورد شرط مرزی دیواره برای ذرات رسوبی در مدل‌های لاگرانژی هنوز بحث زیاد می‌باشد. همانطور که می‌دانیم زمانی که یک ذره به دیواره برخورد می‌کند تحت تأثیر تنش برشی موضعی و خصوصیات ذره چند حالت امکان دارد رخ دهد. ممکن است ذره پس از برخورد به دیواره در جای خود ساکن بماند^۱ و دیگر حرکتی نکند. همینطور ممکن است ذره پس از برخورد به دیواره

1- Trap

به داخل هسته جریان باز گردد^۱ یا اینکه به صورت پرشی حرکت کند^۲ یا بلغزد^۳. اگر چه تحقیقاتی در این زمینه صورت گرفته است (Adamsson,2003)، اما همگی نوعی بررسی محلی بوده‌اند و هنوز قانون خاصی برای تعیین شرایط کلی آنها وجود ندارد. در نرم افزار Fluent دو نوع شرط مرزی برای ذره وجود دارد: یا ذره پس از برخورد در جای خود ساکن می‌ماند. یا اینکه پس از برخورد به دیواره تحت یک زاویه ای نسبت به دیواره بر می‌گردد . زاویه برگشت^۴ باید توسط خود کاربر داده شود. در اینجا شرط مرزی Trap به نرم افزار داده شده است یعنی فرض شده است که ذره پس از برخورد به کف حوضچه در جای خود ساکن می‌ماند.

شرط مرزی دیگری که باید اعمال شود، شرط مرزی ورودی برای رسوب یعنی نحوه پخش ذرات رسوبی در ورودی حوضچه می‌باشد. در مدل DPM باید تعداد ذرات و نحوه پخش آنها در ورودی داده شود. در اینجا با توجه به شرایط مشاهده شده، از روش Frey et.al(1993) برای پخش ذرات استفاده شده است (جدول ۱). در این روش ابتدا منحنی دانه بندی به چند بازه تقسیم می‌شود که محدوده الکها در ستون (۱) آمده است و هر بازه دارای محدوده ای از قطرهای دانه بندی می‌باشد(ستون ۲). هر محدوده درصد جرمی معینی از کل منحنی دانه بندی را تشکیل می‌دهد(ستون ۴). قطر متوسط هر بازه به عنوان نماینده آن بازه در ورودی حوضچه پخش می‌شود(ستون ۳). برای جرم مشخصی از رسوب که می‌خواهیم در ورودی حوضچه در عمق پخش کنیم (ستون ۵)، جرم رسوب هر بازه با توجه به قطر متوسط آن بازه با توجه به درصد تشکیل دهنده آن بازه تعیین می‌شود (ستون ۶). تعداد ذرات هر بازه با توجه به فرض کروی بودن ذرات برای هر بازه پیدا می‌شود (ستون ۷). محدوده عمقی هر بازه نیز با توجه به درصد جرمی تشکیل دهنده در دانه بندی تعیین می‌شود(ستون ۸). در این روش تعداد ذرات رسوبی در هر بازه طوری بدست می‌آید که کل غلظت در عمق یکنواخت باشد.

جدول (۱)- استفاده از منحنی دانه بندی برای پخش رسوبات در ورودی

| (۱) | (۲) (mm) | (۳) (mm) | (۴) (%) | (۵) (g) | (۶) (g) | (۷) | (۸) (cm) |
|---------|-------------|-------------|------------|------------|------------|------|-------------|
| ۷۰-۸۰ | ۰/۱۷۷-۰/۲۱ | ۰/۱۹۴ | ۸ | ۰/۰۵ | ۰/۰۰۴ | ۴۴۶ | ۰/۰۸*۲۶ |
| ۸۰-۱۰۰ | ۰/۱۴۹-۰/۱۷۷ | ۰/۱۶۳ | ۴۴ | | ۰/۰۲۲ | ۴۲۴۵ | ۲/۵۲-۱۳/۵۳ |
| ۱۰۰-۱۲۰ | ۰/۱۲۵-۰/۱۴۹ | ۰/۱۳۷ | ۴۸ | | ۰/۰۲۴ | ۷۷۴۸ | ۱۳/۵۳-۲۶ |

جدول (۲)، نشان‌دهنده مقایسه راندمان حوضچه برای مشاهدات آزمایشگاهی و حل عددی می‌باشد.

- 1- Resuspension
- 2- Saltation
- 3- Rolling
- 4- Coefficient of Restitution

جدول (۲)- مقایسه راندمان محاسبه شده با مدل عددی و آزمایش

| Q=11.85(Lit/s) D=26cm L=170cm | محاسبه راندمان جرمی با استفاده از مدل عددی (%) | | | | نتایج آزمایشگاهی |
|--|--|--------|---------|------|------------------|
| محدوده الک | ۷۰-۸۰ | ۸۰-۱۰۰ | ۱۰۰-۱۲۰ | کل | |
| بدون تیغه | ۱۰۰ | ۱۰۰ | ۶۴/۲ | ۸۲/۸ | ۸۱/۵ |
| تیغه هدایت کننده با عمق استغراق ۲۵٪ | ۱۰۰ | ۱۰۰ | ۶۳/۱ | ۸۲/۲ | ۷۷/۴ |

همانطور که مشاهده می‌شود، داده‌های آزمایشگاهی مطابقت بسیار خوبی را با نتایج مدل عددی در حالت بدون بفل نشان می‌دهند اما برای حالتی که بفل وجود دارد این اختلاف بیشتر شده اما باز رضایتبخش می‌باشد.

نتیجه گیری

در این مقاله، قابلیت‌های نرم افزار دینامیک سیالات محاسباتی Fluent در مدلسازی عددی انواع جریانها مرور شد. اما همانطور که در بخش دوم ذکر شد، استفاده کنندگان از CFD باید اطلاعات کافی هم در زمینه تئوری دینامیک سیالات و هم در زمینه روش‌های عددی داشته باشند. در مورد اولی در بخش دوم توضیح داده شد. در مورد دومی، به عنوان مثال، اگر کاربری برای ترمهای انتقال از شمای بالادست^۱، در مسئله‌ای استفاده کند که جهت جریان منطبق با جهت تغییر گردید نباشد (مانند مثال حل شده در بالا)، برای سلولهای بزرگ، این منجر به ایجاد یک نوع پخشودگی عددی^۲ می‌شود که به پخشودگی فیزیکی مسئله اضافه می‌شود که در اینجا از شمای مرتبه بالاتر همراه با ریز کردن شبکه باید استفاده شود. کاربر باید بتواند اندازه سلولهای محاسباتی خود را با توجه به فیزیک مسئله طوری تنظیم کند تا میزان خطأ حداقل شود و یک جواب مستقل از شبکه بدست آید. به طور خلاصه، نرم افزار Fluent یک نرم افزار قوی برای مدل کردن جریانهای با سطح آزاد، چند فازی، جریان در محیط‌های متخلخل می‌باشد و می‌توان از آن برای جریانهای هیدرولیکی استفاده کرد.

1- Upwind Scheme
2- Numerical Diffusion

فهرست منابع

- ۱- خادمی، م. (۱۳۸۴) " مطالعه آزمایشگاهی اثر تیغه هدایت کننده بر راندمان تله اندازی حوضچه رسوبگیر" ، پایان نامه کارشناسی ارشد، گروه آبیاری و آبادانی دانشگاه تهران.
- ۲- Adamsson, A., Stovin, V., Bergdahl, L. (2003), "Bed Shear Stress Boundary Condition for Storage Tank Sedimentation." ASCE, J. Hydraulic Eng., 129(7),651-658
- ۳- Bredberg, J. (2000), "On the Wall Boundary Conditions for Turbulence Models." Internal Report 00/04., department of thermo and fluid mechanics, Univ. Of Chalmers, Sweden.
- ۴- Bredberg J. (2001), "On Two Equation Eddy Viscosity Models." Internal Report 01/8, department of thermo and fluid mechanics, Univ. Of Chalmers, Sweden.
- ۵- Crowe, C., Summerfield, M., Tsuji, Y. (1998), "Multiphase Flows with Droplets and Particles." CRC Publications.
- ۶- Davidson, L. (2003), "An Introduction to Turbulence Models." Publication 97/2, department of thermo and fluid mechanics, Uni. Of Chalmers, Sweden
- ۷- Frezeiger, J., Peric, M. (2001), "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer Press.
- ۸- Frey, P.H., Champagne, J.Y., Morel, R., Gay, B. (1993), "Hydrodynamics Fields and Solid Particles Transport in a Settling Tank." J. Hyd. Research., VOL 31, NO. 6
- ۹- FLUENT (2001), "Fluent user's guide-Version 6", Fluent Inc., Lebonon, NH.
- ۱۰- Hirt, C. W. and Nichols, B. D. (1981). "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries." J. Comp. Phys., 39, 201-25.
- ۱۱- Launder, B.E., Spalding, D.B. (1974), "The Numerical Computation of Turbulent Flows." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Vol. 3. pp 269-289.
- ۱۲- Nezu, I., Nakagawa, H. (1993), "Turbulence in Open-Channel Flows" IAHR Monograph, Netherlands.
- ۱۳- Nichols, B. D. and Hirt, C. W. (1975), "Methods for calculating multi-dimensional, transient free surface flows past bodies." Technical Report LA-UR-75-1932, Los Alamos National Laboratory. NM.
- ۱۴- Pattijn S. (1998), "Non-linear, Low-Reynolds, Two Equations, Turbulence Models", Phd thesis, Gent University, Netherlands.
- ۱۵- Rodi W. (1984), "Turbulence Models and Their application in Hydraulics- A State Of The Art Review", IAHR Monograph
- ۱۶- Rodi, W. (1990), "Turbulence Measurement in Model Settling Tank", ASCE, J. of Hydr. Engr., Vol. 116, No. 1.
- ۱۷- Versteeg, (1995), "Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method." Longman Scientific.



IRNCID

Proceedings of the Workshop on Irrigation and Drainage Modeling

Dec. 15, 2005

◆ *Iranian National Committee on
Irrigation and Drainage (IRNCID)*

۹۷۶/۸۱
۰۲۹
۱۵۴
۱۰